

Jari Lavonen, Mikko Rahikka, Antti Voipio

Taulukkolaskennasta fysiikan opetuksessa

MAOLin fysiikan toimikunnan raportti vuodelta 1992. Tätä artikkelia ei ole julkaistu kokonaisuudessaan, osa luvuista on julkaistu Dimensiossa. (Osa kuvista on kadoksissa eli niitä ei liitetty raporttiin sähköisessä muodossa)

Esimerkkitiedostot löytyvät Mikko Rahikalta
<https://mikkorahikka.blog>

SISÄLLYS

1	Johdanto	3
2	Taulukkolaskenta	4
2.1	Yleistä Excel -taulukkolaskentaohjelmasta	4
2.1.1	Työarkki.....	5
2.1.2	Työarkilla liikkuminen	7
2.2	Excelin työarkin muokkaamiseen liittyvät valikot.....	7
2.2.1	File -valikko	7
2.2.2	Edit -valikko	11
2.2.3	Formula -valikko	11
2.2.4	Format -valikko	13
2.3	Kuvaajat.....	13
2.3.1	File-valikko	15
2.3.2	Gallery- valikko.....	15
2.3.3	Chart -valikko.....	18
2.3.4	Format -valikko	19
2.4	Lisäys 3.0 versioon	19
3	Fysiikan opetus.....	20
3.1	Ohmin lain mittaustulosten havainnollistaminen	20
3.2	Dynamiikan peruslain mittaustulosten havainnollistaminen.....	25
3.3	Muita mittausideoita.....	27
3.4	Paraabelisovitus MS Worksilla.....	28
3.4.1	Mittausjärjestely.....	28
3.4.2	Mittaustulosten käsittely Ms Worksilla.....	28
3.5	Paraabelisovitus Excelillä.....	31
3.5.1	Paraabelisovitus.....	31
3.5.2	Liikkeen kuvaajat.....	32
3.5.3	Vertailu Worksin antamaan tulokseen.....	32
3.6	Matriisilaskentaa Excelillä.....	33
3.6.1	Johdanto.....	33
3.6.2	Matriisitulo.....	34
3.7	Simulointi	37
3.7.1	Taustaa.....	37
3.7.2	Tasaisesti kiihtyvä liike.....	37
3.7.3	Ilmanvastus	38
3.7.4	Kaksiulotteinen heittoliike	41
3.7.5	Jousikärky	43
3.8	Arvioinnin apuväline Excelillä.....	45
3.8.1	Kokeiden arvostelu.....	46
3.8.2	Jakauma.....	47
3.8.3	Jakauman tunnusluvut.....	48
3.8.4	Muutokset Ragtime 3:een ja Ms Worksiin.....	48
3.9	Solver.....	49
4	Esimerkkitiedostoista	50
4.1	Arvostelun apuväline	50
4.2	Automaatti.....	50
4.3	Auton jarruttaminen	50
4.4	Funktioplotteri	50
4.5	Heittoliike	51
4.6	Heittoliike pystysuunnassa	51
4.7	Jaksotinnauha.....	51
4.8	Kemiallinen tasapaino.....	51
4.9	Korkolaskua	51
4.10	Kuulan maailmanennätykset	51
4.11	Lämpötila-asteikot.....	51
4.12	Maa-aurinko systeemi.....	52
4.13	Merivesi.....	52

4.14	Mittaustulosten käsittely	52
4.15	Puoliintumisaika	52
4.16	Satellittin ratatietoja	53
4.17	Tennispallot	53
4.18	Valosähköinen ilmiö	53
4.19	Väpähtelevä systeemi.....	53
4.20	Yhtälöryhmän ratkaiseminen matriisifunktiolla	53
LIITE:	Eräiden Ms Excelin englanninkielisten funktioiden suomennokset.....	54
	Tekstin taulukkolaskentafunktioiden hakemisto	56

1 Johdanto

MAOL ry:n fysiikan jaoksen toimintasuunnitelmassa on usean vuoden ajan mainittu *taulukkolaskentaprojekti*. Projekti alkoi vuonna 1991 ja sen tavoitteena on ollut tarkastella taulukkolaskentaohjelmien käyttöä fysiikan opetuksen apuvälineenä. Tässä monisteessa esitellään projektin aikana kehitettyjä esimerkkejä ja sovelluksia.

Kun fysiikan opetuksessa sovelletaan tietotekniikkaa, tulee keskeisenä tavoitteena olla opetuksen tehostaminen, työtapojen monipuolistaminen sekä fysiikalle ominaisten lähestymistapojen tuominen esille entistä paremmin. Opetuksen tehostamisella ei tarkoiteta opettajan korvaamista tietokoneella, vaan opiskeluun liittyvien rutiinitehtävien vähentämistä. Fysiikan opetuksessa taulukkolaskentaohjelman opetuskäytöllä pyritään vähentämään aikaa vieviä rutiinilaskuja ja toisaalta lisäämään kokeellista ja tutkimuksellista otetta opetuksessa.

Uuden tuntijaon mukaisesti tietotekniikka ei enää ole koulussa oppiaine. Opetussuunnitelman perusteiden mukaan koulussa opettavien oppiaineiden puitteissa kehitetään oppilaiden tietotekniikan käyttötaitoa. Tällöin on luontevaa opettaa fysiikan tai matematiikan oppitunneilla taulukkolaskentaohjelmien käyttötaito.

Taulukkolaskentaohjelmat tarjoavat lukuisia mahdollisuuksia fysiikan opetuksen monipuolistamiseksi. Niitä voidaan käyttää esimerkiksi mallien testaamiseen, kuvaajien piirtoon, mittaustulosten käsittelyyn sekä dynaamisiin simulointeihin. Taulukkolaskentaohjelman avulla voidaan tutkia ja tulkita virheitä.

Ongelmana projektin aikana on ollut ohjelmien erilaisuus ja ohjelmien nopea kehitys viime vuosina. Taulukkolaskentaohjelmat kuten esimerkiksi Ms Excel, Ms Works, Lotus, WingZ tai RagTime ovat joiltaan toiminnoiltaan erilaisia. Oli hankalaa tehdä sovelluksia, jotka toimisivat kaikissa ilman suuria muutoksia. Siksi pyrimme käyttämään sellaisia menetelmiä, jotka toimivat mahdollisimman monessa taulukkolaskentaohjelmassa. Aluksi pyrimme tuottamaan sovelluksia useammille eri ohjelmille, mutta pian havaitsimme sen liian suuritöiseksi ja keskityimme lähinnä Ms Excel taulukkolaskentaohjelmaan. Aloitimme työn Ms Excel 2.2:lla. Projektin aikana ilmestyi Excel 3.0 ja työn päättyessä oli jo Excel 4.0 markkinoilla.

Suuri osa sovelluksista on tehty Excel 2.2 tai 3.0 englanninkielisillä versioilla, joten teksteissä viitataan englanninkielisen version funktioihin. Tällä tavoin eri taulukkolaskentaohjelmien käyttäjät voivat käyttää tätä tekstiä hyväkseen. Liitteessä on joidenkin englanninkielisen version funktion suomenkieliset käännökset.

Tämän monisteen tarkoituksena ei ole missään nimessä olla ohjelmien käyttöohje tai jonkin ohjelman viimeisimmän version erikoisominaisuuksien esittelymoniste, vaan tarkoituksena on antaa ideoita opettajille taulukkolaskennan monipuolista käyttöä varten. Taulukkolaskentaohjelman käyttöohjeen voi tilata esimerkiksi MFKA OY:stä. Kiitämme taulukkolaskentaohjelmien maahantuoja Mikrolink OY:tä ja Mac in Business OY:tä avusta.

2 Taulukkolaskenta

Tämän monisteen tarkoitus on olla ideakokoelma taulukkolaskennan käytöstä fysiikan opetuksen apuvälineenä eikä ohjelmien käyttöohje. Syvällisempiä ohjeita taulukkolaskentaohjelmien toiminnoista ja käskyistä saa ohjelmien ohjekirjoista ja muista alan oppikirjoista. Esimerkiksi MFKA OY myy Excelin käytön opasta. Seuraavassa on *lyhyt* johdatus Ms Excel taulukkolaskentaohjelman käyttöön. Nämä ohjeet on tehty Excel 2.2 varten mutta ne soveltuvat myös myöhempien versioiden kanssa. Luvun lopussa on huomautuksia uudemmista versioista. Excelin Mac-versiot ovat lähes identtiset Dos ja Windows versioiden kanssa.

Muiden taulukkolaskentaohjelmien käyttö on saman tapaista kuin Excelin käyttö. Käsitteltävät tiedot syötetään päätteeltä tai tiedosto luetaan jostain toisesta ohjelmasta. Excelissä on helppokäyttöinen ja laaja **Help** -valikko, josta kannattaa ongelmatilanteiden yhteydessä etsiä apua.

2.1 Yleistä Excel -taulukkolaskentaohjelmasta

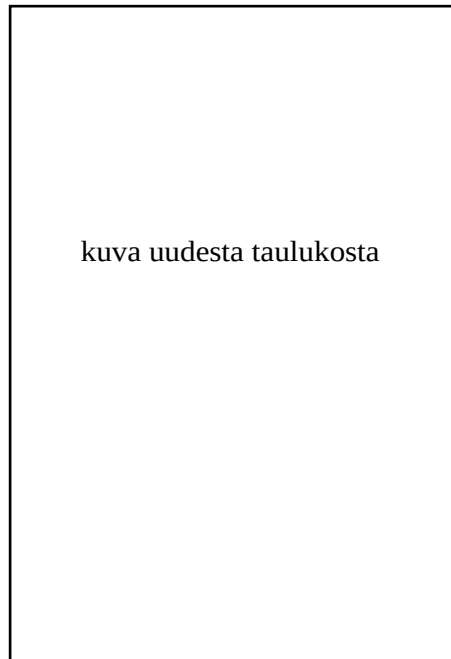
Excel-taulukkolaskentaohjelma toimii Windows-ympäristössä, joten sen tiedostoja voidaan siirtää joustavasti muihin Windows-ohjelmiin. Tässä monisteessa ei puututa Windowsin perusominaisuuksiin eikä esimerkiksi hiiren käyttöön, sillä niihin liittyvät ohjeet ovat Windowsin käyttöohjeessa. Valintojen tekemisellä tarkoitetaan hiiren avulla tehtäviä valintoja.

Excelin laskenta-alue koostuu 256 (pysty)sarakkeesta ja 16384 (vaaka)rivistä. Ohjelmassa on valittavana lukuisia funktiota ja se sisältää monipuolisen grafiikan. Makro-ohjelmointikielen avulla voi määritellä omia funktioita tai komentoja. Jos tiedostoja siirretään jostain toisesta ohjelmasta Exceliin, desimaalierotin saatetaan joutua vaihtamaan. Esimerkiksi Empirica- mittausohjelmassa, PlanPerfectissä ja Assistant-sarjan taulukkolaskentaohjelmassa desimaalierottimenä on piste. Macintoshin ja Dos ja Windows -tiedostot siirtyvät lähes täydellisesti. Myös eri kielisillä versioilla tehdyt sovellukset toimivat ja kääntyvät keskenään.

Nykyajan taulukkolaskentaohjelmat pystyvät kääntämään muiden taulukkolaskentaohjelmien tiedostoja omiksi tiedostoiksi melko hyvin. Lisäksi SYLK-tiedostojen avulla kaavat siirtyvät ohjelmasta toiseen.

2.1.1 Työarkki

Kuvassa on esitetty työarkkiin liittyvät nimitykset.



1 Otsikkonauha

Windowsin System -valikko valitaan näyttöpäätteen vasemmasta ylänurkastaa miinus(-)-valikosta. Työskentely lopetetaan valitsemalla Close. System-valikosta voidaan muuttaa myös työarkin kokoa tai muuttaa Windowsin asetuksia.

2 Valikkonauha

Haluttu toiminto valitaan hiirellä tai painamalla samanaikaisesti Alt- ja kirjainnäppäintä (alleviivattu kirjain).

3 Muokkausrivi

Muokkausrivin vasemmassa laidassa näkyy työarkin aktivoitu solu (solussa paksut reunaviivat (7)). Muokkausrivillä kirjoitetaan tai muokataan tiettyyn soluun syötettävää tietoa. Haluttu solu valitaan kohdistimen (8) avulla ja aletaan kirjoittaa syötettävää tietoa, jonka jälkeen syötettävä tieto näkyy sekä muokkausrivillä että solussa. Jos solussa olevaa tietoa halutaan muuttaa, kohdistin siirretään hiiren avulla haluttuun paikkaan muokkausrivillä ja aloitetaan muokkaus.

4 Control -valikko

Valinnan jälkeen muutetaan ikkunan kokoa, suljetaan ikkuna tms..

5 Kulmaruutu

Koko arkki aktivoidaan siirtämällä kohdistin (8) kulmaruutuun ja painamalla hiiren näppäintä. Rivi (1 - 9) aktivoidaan rivinumeroa osoittamalla ja painamalla hiiren näppäintä. Sarake (A - F) aktivoidaan saraketta osoittamalla ja painamalla hiiren näppäintä.

6 Solu

Solu on työarkkiin syötettävän tiedon perusyksikkö. Numerolla 6 merkitty solu on nimeltään B1

7 ja 8 Aktiivisolu ja kohdistin

Seuraava valittava toiminto kohdistuu aktiivisoluun. Solu aktivoidaan siirtämällä kohdistin haluttuun soluun ja painamalla hiiren näppäintä tai siirtymällä soluun nuolinäppäimillä. Aktiivisolu näkyy muokkausrivin vasemmassa laidassa (A1).

9 Ohjerivi

Käyttäjälle tulevia ilmoituksia.

10 Vierityspylväät

Siirtämällä kohdistimen avulla vierityspylväitä siirrytään haluttuun paikkaan työarkilla. Siirtyminen voidaan tehdä myös rullausnuolilla viemällä kohdistin nuolen kohdalle ja painamalla hiiren näppäintä.

11 Alue

Työarkilla valitaan haluttu alue kohdistimen avulla. Kohdistin siirretään haluttuun paikkaan ja painetaan hiiren näppäin pohjaan. Kohdistinta siirretään hiiren näppäin pohjassa. Kun haluttu alue on musta, irroitetaan ote hiiren näppäimestä. Useampi erillinen alue valitaan painamalla Ctrl -näppäintä samanaikaisesti, kun hiirtä liikutetaan.

Ilman hiirtä alueita voi valita pitämällä Vaihto-näppäintä pohjassa ja liikuttelemalla kohdistinta nuolinäppäimillä.

12 Työtiedoston nimi

Oletusarvona työtiedoston nimelle on Sheet1 (Macintoshissa Worksheet). Uusi nimi saadaan tiedoston tallentamisen yhteydessä.

13 Työarkin koko

Työarkkin (laskenta-alustan) kokoa voidaan muuttaa tarttumalla kohdistimella arkin reunaan kiinni (viedään kohdistin reunaan, painetaan hiiren näppäintä ja siirretään reuna haluttuun kohtaan).

14 Työarkin siirto

Työarkkia siirretään tarttumalla kohdistimella työarkin otsikkonauhaan.

15 Sarakkeiden leveys

Sarakkeiden leveyttä muutetaan siten, että kohdistin asetetaan numeron (15) osoittamaan paikkaan. Hiiren näppäin painetaan alas ja sarakkeen reuna siirretään haluttuun paikkaan vaakasuorassa suunnassa.

2.1.2 Työarkilla liikkuminen

Työarkilla liikutaan solusta toiseen joko nuolinäppäimien tai hiiren avulla. Painamalla Home-näppäintä siirrytään rivin alkuun. Painamalla samanaikaisesti Ctrl- ja Home-näppäimiä siirrytään A1 -soluun. Työarkin oikeaan alakulmaan siirrytään painamalla samanaikaisesti Ctrl- ja End- näppäimiä. Formula-valikon Goto komennon avulla voi siirtyä tiettyyn soluun. Valittu toiminto perutaan Esc -näppäimellä.

2.2 Excelin työarkin muokkaamiseen liittyvät valikot

Seuraavassa tarkastellaan fysiikan mittaustulosten käsittelyyn liittyviä tavallisimpia valikkotoimintoja. Valikot on esitelty pidemmässä muodossa (**Options** -valikosta valitaan **Full menus**). Valikosta voidaan valita tummat (mustat) komennot. Harmaalla olevat komennot eivät ole valittavissa juuri sillä tasolla, jolla työskennellään. Kun komennon perässä on kolme pistettä, valinnan jälkeen joudutaan tekemään lisävalintoja näyttöön ilmestyvästä ruudusta. Jatkossa tästä ruudusta käytetään nimitystä ”valintaruutu”.

2.2.1 File -valikko

Kun File -valikosta on valittu **New**, näyttöön ilmestyy valintaruutu, josta valitaan uusi työarkki (Worksheet) tai kuvaaja (Chart) viemällä kohdistin haluttuun ympyrään ja painamalla hiiren näppäintä. Kuvaajaa ei kannata valita ennen kuin työarkilta on valittu aineisto, joka halutaan esittää graafisesti (ks. luku 2.3.).



Kun uusi työarkki on valittu, alkaa tietojen syöttäminen halutun solun aktivoimisella (kohdistin siirretään solun kohdalle ja painetaan hiiren näppäintä). Tieto (luku, teksti tai kaava) kirjoitetaan ja painetaan Enter -näppäintä, jonka jälkeen tieto on solun arvona. Kirjoitusvirheet korjataan kuten tekstinkäsittelyohjelmassa. Uuteen soluun siirrytään joko hiiren, sarkain näppäimen tai nuolinäppäinten avulla.

Tietojen syöttäminen nopeutuu, jos kohdistimen avulla aktivoidaan se taulukon alue, johon tietoja syötetään. Tällöin kohdistin siirtyy automaattisesti seuraavaan soluun Enter -näppäimen painamisen jälkeen.

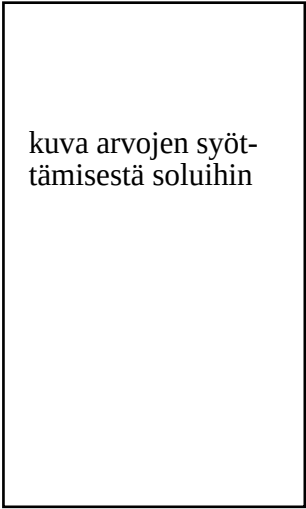
Soluun syötetty teksti on vasemmassa laidassa ja luku oikeassa laidassa. Luvut saadaan tekstiksi syöttämällä ne lainausmerkkien sisällä. Soluun syötettävä laskukaava alkaa aina = merkillä. Kaava voi sisältää lukuja, viitteitä solujen arvoihin (A5), funktioita (SUM, SIN) ja laskuoperaattoreita (+, -, *, /).

Väärin valittu komento voidaan peruuttaa Esc -näppäimellä tai valintaruudun CANCEL-komennolla. Edellinen suoritettu toiminto voidaan peruuttaa Edit -valikon Undo -komennolla.

Esimerkkejä kaavojen ja funktioiden käytöstä

=A1*B1

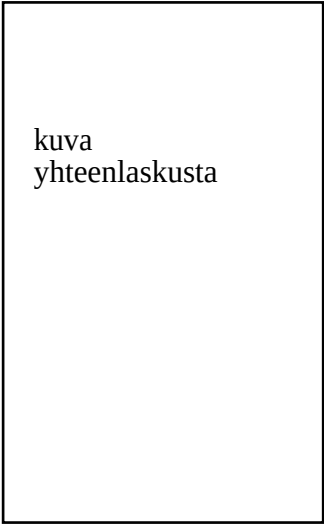
Kohdistin siirretään solun A1 kohdalle, painetaan hiiren näppäintä, kirjoitetaan 13 ja painetaan Enter -näppäintä. Kohdistin siirretään solun B1 kohdalle, painetaan hiiren näppäintä, kirjoitetaan 14 ja painetaan Enter -näppäintä. Kohdistin siirretään solun C1 kohdalle, painetaan hiiren näppäintä, kirjoitetaan =A1*B1 ja painetaan Enter -näppäintä. Soluun (C1) saadaan soluissa A1 ja B1 olevien lukujen tulo. Solusta toiseen voidaan siirtyä myös nuolinäppäimillä. Enter -näppäimen painaminen ei myöskään ole välttämätöntä.



kuva arvojen syöttämisestä soluihin

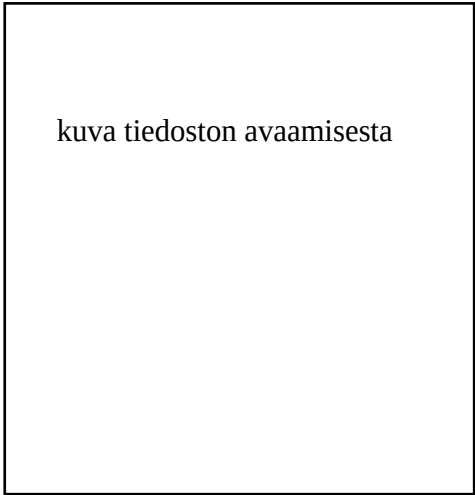
=SUM(B1:B5)/5

Aktivoituun soluun (A6) saadaan soluissa B1 - B5 olevien lukujen keskiarvo. Merkintä SUM(B1:B5) tarkoittaa soluissa B1 - B5 olevien lukujen summaa. Keskiarvon laskua varten on olemassa myös oma funktio: =AVERAGE(A1:A5)



kuva
yhteenlaskusta

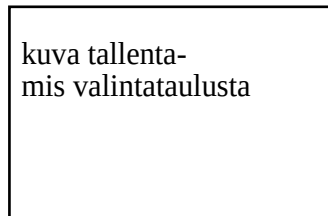
Kun File -valikosta on valittu **Open**, ilmestyy näyttöön valintaruutu, josta valitaan haettava tiedosto. Directories-laatikosta valitaan hakemisto tai levykeasema siirtämällä kohdistin haluttuun kohtaan ja painamalla hiiren näppäintä kahdesti (kaksoispainallus). Oheisen kuvan mukaisesti haettavan tiedoston tarkennin on XL-alkuinen, joten Files-laatikkoon saadaan valitusta hakemistosta XLS (taulukko), XLC (kuvaaja), XLW (työtila) tai XLM (makro) tarkentimen omaavat tiedostot. Haluttu tiedosto valitaan hiiren näppäimen kaksoispainalluksella.



kuva tiedoston avaamisesta

Esimerkiksi DIF -muotoiset tiedostot saadaan Files -laatikkoon vaihtamalla File Name laatikossa XL* tarkennin DIF tarkentimeksi. Haluttu DIF -muotoinen tiedosto valitaan tämän jälkeen Files -laatikosta. Tiedosto voidaan lukea myös kirjoittamalla File Name laatikkoon haettavan tiedoston nimi (esim. DYN.DIF) ja painamalla Enter -näppäintä. Kun tiedosto tallennetaan ensimmäistä kertaa ja sille

halutaan antaa nimi tai nimeä halutaan muuttaa, valikosta valitaan Save as. Näyttöön ilmestyy oheinen valintaruutu. Kohdistin siirretään ruutuun ja tehdään hiirellä kaksoispainallus. Oletusarvona olevaa nimeä (SHEET1.XLS) muotoillaan samalla tavalla kuin tekstinkäsittelyohjelmassa. Tiedosto tallentuu valintaruutun alalaidassa näkyvään hakemistoon. Jos tiedosto tallennetaan A -levykeasemalle, kirjoitetaan tiedoston nimen eteen A: (esim. A:LIIKE.XLS).



Save -valinta tehdään silloin, kun tiedosto halutaan tallentaa samalla nimellä työskentelyn aikana.

Delete -valinnan jälkeen valintaruutusta valitaan Files-ruudusta poistettava tiedosto osoittamalla tiedostoa kohdistimella (nuoli) ja tekemällä hiirellä kaksoispainallus.

Page Setup -valinnan jälkeen valintaruutusta valitaan tulostettavan sivun oikean- ja vasemmanpuoleinen marginaali sekä ala- ja ylämarginaalit. Sivun ylä- (Header) ja alalaitaan (Footer) voidaan valita seuraavat merkinnät kirjoittamalla ne peräkkäin Header- ja Footer- ruutuihin:

- &L sijoittaa tekstin vasemmalle
- &C keskittää tekstin
- &R sijoittaa tekstin oikealle
- &B teksti vahvennettuna
- &D päivämäärä
- &T kellonaika
- &F tiedoston nimi
- &P sivunumero

Esimerkiksi, kun Header -ruutuun kirjoitetaan TIEDOSTO &F &D &T niin tulostettavan dokumentin ylälaitaan tulostuu

TIEDOSTO DYN.XLS 20.1.92 12:36.

Valintaruutun alalaidan valinnoilla poistetaan/ lisätään tulostettavasta arkista ruudut sekä rivi- ja sarakemerkinnät.

Print -valinnan jälkeen tulostetaan työarkki siirtämällä valintaruutussa nuoli OK-valinnan kohdalle ja tekemällä hiirellä kaksoispainallus. Tulostettavaa dokumenttia voidaan esikatsella näyttöpäätteellä valitsemalla valintaruutusta **Preview**. Kuvan yksityiskohtia voidaan tarkastella suurennuslasilla.

Exit tai **Quit**-valinnalla poistutaan Excel -taulukkolaskennasta.

2.2.2 Edit -valikko

Ennen **Cut**-, **Copy**- ja **Clear**-valintoja työarkilla valitaan haluttu alue hiiren avulla. Kohdistin siirretään haluttuun paikkaan ja painetaan hiiren näppäin pohjaan. Kohdistinta siirretään (hiiren näppäin pohjassa). Kun haluttu alue on musta, irroitetaan ote hiiren näppäimestä. Useampi erillinen alue valitaan painamalla Ctrl -näppäintä samanaikaisesti, kun hiirtä liikutetaan.

Cut -valinnalla leikataan haluttu alue irti työarkista. Valittu alue palautetaan haluttuun kohtaan **Paste** -valinnalla tai painamalla Enter -näppäintä. Ennen Paste -valintaa merkitään kohdistimen avulla solu (painetaan hiiren näppäintä), johon leikatun alueen vasen ylänurkka halutaan sijoittaa.

Copy -valinnalla kopioidaan haluttu alue työarkista. Valittu alue palautetaan haluttuun kohtaan **Paste** -valinnalla tai painamalla Enter -näppäintä. Ennen Paste -valintaa merkitään kohdistimen avulla solu (painetaan hiiren näppäintä), johon leikatun alueen vasen ylänurkka halutaan sijoittaa. Copy -valinnalla voidaan kopioida myös solussa oleva kaava muihin soluihin.

Delete -valinnalla poistetaan halutut merkit työarkista. Valinnan jälkeen ilmestyvästä valintaruutusta valitaan, mitä merkkejä valitulta alueelta poistetaan. Kun All -valinnan kohdalla tehdään hiirellä kaksoispainallus, koko merkitty alue tyhjenee.

Tyhjä rivi lisätään työarkille siten, että ensin aktivoidaan rivi, jonka yläpuolelle uusi rivi halutaan lisätä. Tämän jälkeen valitaan **Insert**. Vastaavasti lisätään uusi sarake aktivoidun sarakkeen oikealle puolelle.

2.2.3 Formula -valikko

Solun nimenä on normaalisti sarakekirjaimen ja rivinumeron yhdistelmä (esim. A1). Kyseessä on solun suhteellinen osoite. Esimerkiksi kaavan kopioiminen muuttaa osoitteet automaattisesti. Jos halutaan, että kopioinnin yhteydessä soluihin haetaan tieto aina samasta solusta, soluille käytetään absoluuttisia osoitteita (esim. \$A\$1).

Soluille voidaan antaa myös nimiä valitsemalla Formula -valikosta **Define Name**, jolloin solulle tulee absoluuttinen osoite. **Create Names** -valinnalla luodaan solujen nimet automaattisesti siten, että nimet haetaan alueen reunoilta.

Paste name -valinnalla saadaan listaus solujen nimistä valittuun kohtaan laskentalustalle. Kohta on merkittävä ennen Paste name -valintaa.

Paste function -valinnalla valitaan jokin Excel:n kirjastofunktioista. Ennen valintaa aktivoidaan solu, johon funktion arvo halutaan sijoittaa. Valinnan jälkeen valitaan valintaruutusta haluttu funktio osoittamalla sitä nuolella ja painamalla hiiren näppäintä kahdesti. Osoittamalla nuolella valintaruutussa olevia nuolia ja painamalla hiiren näppäintä saadaan näkyviin lisää erilaisia funktioita. Valittu funktio ilmestyy muokkausriville (esim. =SUM()), jonka jälkeen sulkeiden sisälle merkitään solut, joita funktio koskee (esim. =SUM(A1,A2) tai =SUM(A1;A2) riippuen mikä merkki on alkioden erottimena) ja painetaan Enter -näppäintä. Mikäli desimaalierottimena on pilkku käytetään funktion muuttujien erottimena

puolipistettä (=ROUND(1,2345;3) tuottaa tulokseksi 1,234). Jos desimaalierottimena on piste, niin funktion muuttujien erotin on pilkku (=ROUND(1.2345,3) tuottaa tulokseksi 1.234).

Solut voidaan valita myös kohdistimen avulla painamalla samanaikaisesti hiiren näppäintä kun kohdistinta liikutetaan ja soluja valitaan.

Alla on joitakin esimerkkejä valittavista funktioista:

=SUM(A1:A2)	lasketaan soluissa A1 ja A2 olevien lukujen summa.
=AVERAGE(A1:B10)	lasketaan alueella A1 - B10 olevien lukujen keskiarvo.
=VARP(A1:A10)	lasketaan alueella A1 - A10 olevien lukujen varianssi.
=STDEVP(A1:A10)	lasketaan alueella A1 - A10 olevien lukujen keskihajonta.
=SQRT(A1)	lasketaan solussa A1 olevan luvun neliöjuuri.
=LINEST(B1:B5;A1:A5)	sovitetaan sarakkeissa A1 - A5 (x-koordinaatti) ja sarakkeissa B1 - B5 (y-koordinaatti) olevaan pistejoukkoon suora. Painamalla samanaikaisesti Shift-, Ctrl- ja Enter- näppäimiä valittuihin soluihin saadaan suoran kulmakerroin ja leikkauskohta y-akselilla ($y = kx + b$). Jos desimaalierottimena on piste, kirjoitetaan lauseke muotoon: =LINEST(B1:B5,A1:A5)
=LOGEST(A1:A5;B1:B5)	sovitetaan eksponenttifunktio valittuun pistejoukkoon ($y = bm^x$).

Lisäksi valintaruutusta voidaan valita seuraavat tutut funktiot: LOG10(A1), LN(A1), SIN(A1), COS(A1), TAN(A1), ASIN(A1), ACOS(A1), ATAN(A1), EXP(A1) ja PI().

Kaavojen käytön yhteydessä esiintyy seuraavia virheilmoituksia:

# REF	solua, johon viitataan ei löydy,
# N/A!	joku tyhjä solu jakolaskun jakajana,
# VALUE	solussa, johon viitataan, on tekstiä, vaikka pitäisi olla numeroarvo,
####	funktion arvo ei mahdu soluun, joten saraketta on levitettävä.

Note -valinnalla tallennetaan haluttuun soluun viesti. Viestin perusteella solu löydetään helposti **Find** -valinnalla. Viestiin voidaan laittaa tietoa sovelluksesta.

Goto -valinnalla siirytään valittuun soluun tai valitaan alue.

Find -valinnalla etsitään haluttu solu valintaruutun valinnan perusteella.

2.2.4 Format -valikko

Taulukon muotoilu, tekstin ja numeroiden asettelu tehdään Format -valikon käsityllä. Muotoilu voi kohdistua yksittäiseen soluun, alueeseen tai koko arkkiin. Alueita ja soluja voi kehystää sekä rivisarakkeiden leveyttä ja pituutta voi muuttaa.

Number -valinnalla muutetaan numeroiden, päiväyksen ja ajan esitysmuoto työarkilta valitulle alueelle.

Aligment -valinnalla muutetaan numeroiden ja tekstin sijoituspaikkaa solussa. Valinta kohdistuu vain niihin soluihin, jotka on merkitty (maalattu mustaksi). Valintaruutusta valitaan jokin seuraavista esitysmuodoista:

General	teksti vasemmassa laidassa ja luvut oikealla,
Left	kaikki merkit solun vasemmassa reunassa,
Center	merkkien keskitys
Right	kaikki merkit solun oikeassa reunassa,
Fill	solun täyttö syötettävillä merkeillä.

Font -valinnan jälkeen valitaan kirjasintyyppi.

Border -valinnalla soluja kehystetään valinnan mukaan. Valintaruutusta valitaan jokin/ jotkin/ kaikki seuraavista toiminnoista:

Left	solun vasemman reunan vahvistaminen,
Right	solun oikean reunan vahvistaminen,
Top	solun yläreunan vahvistaminen,
Bottom	solun alareunan vahvistaminen.

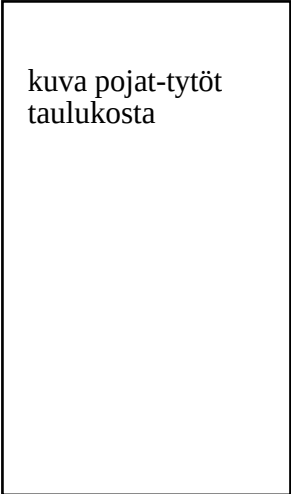
Cell Protection -valinnan avulla lukitaan ja avataan soluja.

Row Height- ja **Column Width-** valinnoilla muutetaan rivin korkeutta ja sarakkeen leveyttä.

2.3 Kuvaajat

Eri taulukkolaskentaohjelmien kääntäjät ja lehtiartikkeleiden kirjoittajat ovat tehneet luovaa työtä kääntäessään sanoja graph tai chart suomeksi. Niille löytyy ainakin seuraavia käännöksiä: kaavio, graafi, graafinen esitys, grafiikka, kartta ja niin edelleen. Tässä käytetään sanaa kuvaaja.

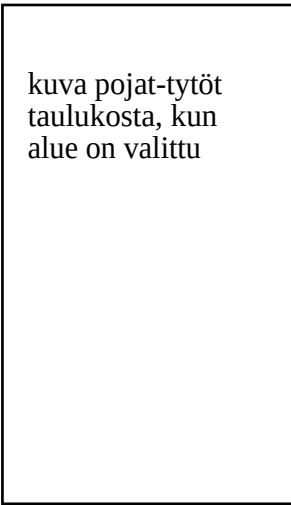
Seuraavassa tarkastellaan alla olevan taulukon tietojen esittämistä kuvaajana. Taulukossa on esitetty luokalla olevien tyttöjen ja poikien lukumäärä eri vuosina.



kuva pojat-tytöt
taulukosta

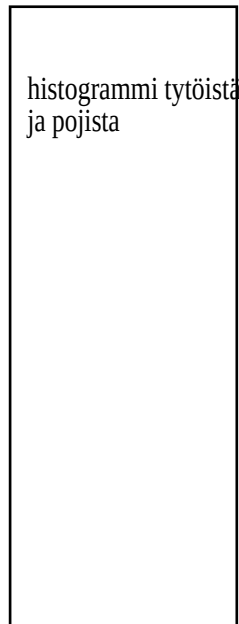
Työarkin taulukosta saadaan kuvaaja seuraavasti:

Valitaan alue (kohdistin vedään soluun A1, painetaan hiiren näppäintä, kohdistin siirretään soluun E3, hiiren näppäimen painaminen lopetetaan). Valitaan **File** -valikosta **New** ja valintaruutusta valitaan Chart (kohdistin siirretään ympyrään ja painetaan hiiren näppäintä). Kaksi viimeistä kohtaa voidaan korvata myös painamalla samanaikaisesti **Alt-** ja **F1-** näppäimiä.



kuva pojat-tytöt
taulukosta, kun
alue on valittu

Näyttöön saadaan taulukosta kuvaaja (Chart1):



Työarkin taulukossa olevat sarja- ja luokkanimet saadaan automaattisesti kuvaan mukaan, kun työarkin vasemmassa yläkulmassa on tyhjä ruutu. Luokkanimet saadaan taulukon vasempaan laitaan valitsemalla **Chart** -valikosta **Legend**.

2.3.1 File-valikko

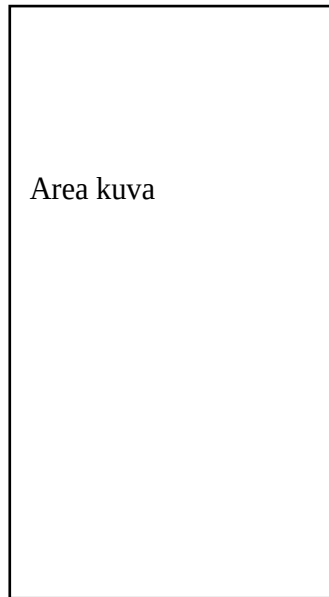
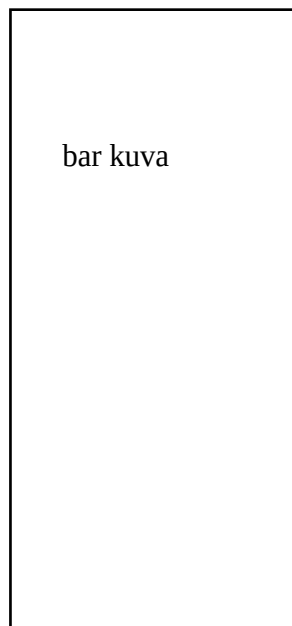
File-valikko on saman tapainen kuin taulukoiden käsittelyn yhteydessä. Jos tulostettavat kuvaajat haluaa samassa koossa paperille kuin ne ovat näyttöpäätteellä, **Page Setup**-valikosta valitaan **Screen Size**.

Edit -valikon toiminnot ovat samoja kuin taulukon käsittelyn yhteydessä. Ennen Edit -valikosta tehtäviä valintoja haluttu kohta tulee merkitä kohdistimen avulla. Jos taulukosta halutaan siirtää uutta tietoa kuvaan, menetellään seuraavasti:

Window-valikosta valitaan Arrange All, jolloin kuvaruudussa ovat samanaikaisesti sekä kuva että taulukko (voidaan valita myös pelkkä taulukko Sheet 1). Siirrettävä tieto aktivoidaan taulukkoikkunasta ja valitaan Edit -valikosta Copy. Siirrytään takaisin kuvaikkunaan siirtämällä kohdistin kuvaikkunaan ja painamalla hiiren näppäintä (tai valitaan Window -valikosta Chart 1). Siirretyt tiedot palautetaan kuvaan valitsemalla Edit -valikosta Paste tai Paste Special.

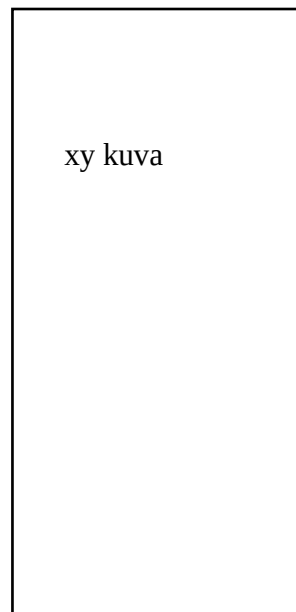
2.3.2 Gallery- valikko

Gallery valikosta voidaan valita pylväsdiagrammin lisäksi muita taulukon havainnollistamistapoja. Valinnan jälkeen näyttöön tulee valintaruutu, josta valitaan haluttu esitystapa. **Previous**-, ja **Next**- valinnoilla saadaan muita esitystapa vaihtoehtoja.

Area**Bar**

Line

Scatter (soveltuu parhaiten fysiikan mittaustulosten havainnollistamiseen)



Kuvaajaa voidaan muokata monella tavalla. Siirtämällä kohdistin akselin kohdalle ja painamalla hiiren näppäintä kahdesti (kaksoispainallus) saadaan näyttöön valintaruutu.

Valintaruutusta valitaan haluttu akselin viivatyyppi (Style), väri (Color) ja paksuus (Weight). **Tick Mark Type** -ruudusta valitaan akselin jaotuksen esitystapa (Cross = risti, Outside = akselin jaotusmerkit ulkopuolelle, Inside = sisäpuolelle ja Invisible = akselin jaotus ei näy). Minor-ruudusta voidaan valita tiheämpi jaotus.

Scale -valinnalla valitaan akselin jaotus, pienin ja suurin arvo sekä origo:

Minimum	akselin pienin arvo
Maximum	akselin suurin arvo
Major Unit	akselin jaotuksen muuttaminen
Minor Unit	akselin jaotuksen muuttaminen
Crosses at	origon paikka

Siirtämällä kohdistin graafisen esityksen kohdalle (pylväs tai viiva) ja painamalla hiiren näppäintä kahdesti (kaksoispainallus) saadaan näyttöön valintaruutu: Valintaruudusta valitaan haluttu viivatyyppi (Style), väri (Color) ja paksuus (Weight). Valintaruudun muut valinnat liittyvät graafisen esityksen väreihin, rastereihin ym.

2.3.3 Chart -valikko

Attach Text -valinnan jälkeen voidaan lisätä ja muotoilla tekstiä muokkausrivillä. Tekstiä voidaan lisätä seuraaviin paikkoihin:

Chart Title	Graafisen esityksen otsikko,
Value Axis	Y -akseli (esim. v/ m/s),
Category Axis	X -akseli (esim. t/ s),
Series of Data Point	haluttu koordinaatti.

Jos teksti halutaan sijoittaa vapaasti, kohdistin siirretään muokkausriville ja kirjoitetaan haluttu teksti. Jos tekstiä halutaan kirjoittaa useammalle riville painetaan rivin lopussa samanaikaisesti Ctrl- ja Enter-näppäimiä. Kun teksti on valmis, painetaan Enter -näppäintä. Ohjelma ympäröi tekstin mustilla valintaneliöillä, joiden avulla tekstiä voidaan siirtää tai muuttaa sen kokoa.

Add Arrow -valinnalla saadaan nuoli haluttuun kohtaan.

Add Legend -valinnalla saadaan taulukon pylväitä tai käyriä selittäviä tietoja haluttuun paikkaan.

Axes -valinnalla valitaan, mitkä akselit näkyvät kuvassa.

Gridlines -valinnalla kuvaan voidaan valita vaaka -tai pystyviivoja.

Add Overlay -valinnan avulla kuvaan lisätään toinen diagrammi.

Select Chart- ja **Select Plot Area**-valinnoilla merkitään koko taulukko tai pelkästään pylväät ja viivat erilaisia toimenpiteitä varten. Valintojen jälkeen voidaan esimerkiksi muuttaa kirjasintyyppiä Format -valikosta valittavalla Font -valinnalla.

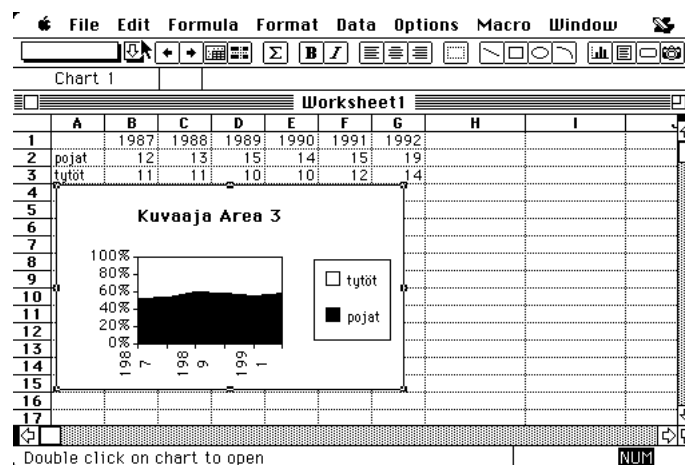
2.3.4 Format -valikko

Kuvan ulkoasuun vaikutetaan vaihtamalla kirjasintyyppiä ja väriä, kuvan osien kokoa, paikkaa ja väriä sekä pohjaväriä. Haluttu kuvan osa aktivoidaan hiiren painalluksella. Koko kuva aktivoidaan valitsemalla **Chart** -valikosta **Select Chart**.

Font -valinnan jälkeen on valittavissa neljä kirjasintyyppiä. Näiden neljän kirjasintyyppin tilalle voidaan valita Fonts.. -valinnalla uusi kirjasintyyppi Windowsista tutulla tavalla. **Text** -valinnalla sijoitetaan valittu teksti alueen keskelle, oikeaan tai vasempaan laitaan. **Scale** -valinnalla asetetaan valitun akselin maksimi- ja minimiarvot sekä akselin jaotus. **Legend** -valinnalla sijoitetaan pylväiden tai käyrien selitysteksti haluttuun paikkaan.

2.4 Lisäys 3.0 versioon

Excel 3.0-versiossa on käyttäjäystävällisempi kuin 2.2. Valikkorivin alle on tullut työkalurivi, jonka painikkeilla voi nopeuttaa monen usein suoritettavan komennon suorittamista.



Kuva Macintosh Classicin näytöstä Excel 3.0:lla varustettuna.

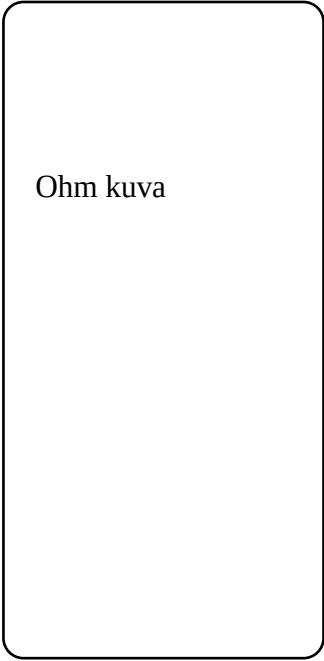
Kuvaajan piirto käy suoraan valitsemalla alue, jossa on kuvaajaan liittyvät lukusarjat ja painamalla kuvaajatyökalua. Tämän jälkeen valitaan suorakaiteen muotoinen alue työlomakkeelle. Kuvaaja tulostuu lomakkeen mukana. Kuvaajan muokkaus tapahtuu kuten 2.2:ssa. Kuvaaja avataan muokkausta varten näpsäyttämällä siihen kaksi kertaa. Työarkilla näkyvän kuvaajan kokoa voi muuttaa vetämällä kuvaajan kahvoista.

3 Fysiikan opetus

3.1 Ohmin lain mittaustulosten havainnollistaminen

Ohmin lain tutkimisessa tarvitaan säädettävä jännitelähde, johtimia sekä jännite- ja virtamittarit. Oleellista töissä on mittaustulosten graafinen esittäminen sekä suureiden välisten verrannollisuuksien havaitseminen. Oppilaat mittaavat johtimen päiden välistä jännitettä ja johtimen läpi kulkevaa virtaa sekä täydentävät mittaustulokset taulukkoon. U, I -koordinaatistossa olevan suoran avulla päättellään, että jännite U on verrannollinen virtaan I . Suhde U/I pysyy vakiona, vaikka johtimessa kulkeva virta muuttuu (pienet virrat). Tulos tunnetaan Ohmin lain nimellä.

Mittaustiedot kirjoitetaan taulukkoon kuvan mukaisesti. Hiiren avulla valitaan solut A4 - B9.



Ohm kuva

File -valikosta valitaan **New** ja **Chart**. Sopiva tapa esittää mittaustuloksia on valita **Gallery** -valikosta **Scatter**.

Excel 3.0:ssa valitaan alue A4:B9, näpsäytetään kuvaajatyökalun painiketta ja vedetään hiiren avulla suorakaiteen muotoinen alue. Valintataulusta kannattaa valita heti First Column Contains X-Values for XY-Chart. Kuvaajaa pääsee muokkaamaan näpsäyttämällä hiiren painiketta kaksi kertaa kuvaajan päällä.

Akseleiden muokkaaminen:

Siiretään kohdistin akselin kohdalle ja painetaan hiiren näppäintä kahdesti (kaksoispainallus). Näyttöön saadaan valintaruutu, josta valitaan haluttu akselin viivatyyppi (Style), väri (Color) ja paksuus (Weight). **Tick Mark Type** -ruudusta valitaan akselin jaotuksen esitystapa (Cross = risti, Outside = akselin jaotusmerkit ulkopuolelle, Inside = sisäpuolelle ja Invisible = akselin jaotus ei näy). Minor -ruudusta voidaan valita tiheämpi jaotus. Valintaruutun oikeasta laidasta valitaan akselille haluttu kirjaintyyppi ja koko (**Font**). **Scale** -valinnalla valitaan akselin jaotus, pienin ja suurin arvo sekä origo:

Minimum	akselin pienin arvo
Maximum	akselin suurin arvo
Major Unit	akselin jaotuksen muuttaminen
Minor Unit	akselin jaotuksen muuttaminen
Crosses at	origon paikka

Pisteiden ja käyrien muokkaaminen:

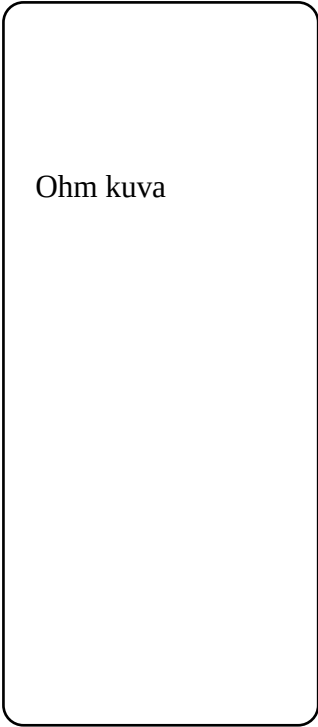
Siiretään kohdistin koordinaattiston pisteen tai käyrän kohdalle ja painetaan hiiren näppäintä kahdesti. Valintaruudusta valitaan haluttu viivatyyppi (Style), väri (Color) ja paksuus (Weight). Valintaruudun muut valinnat liittyvät graafisen esityksen väreihin, rastereihin ym.. Jos viiva tai merkki halutaan näkymättömäksi, valitaan invisible.

Koordinaattiakseiden nimet:

Valitaan Chart-valikosta Attach Text. Tekstiä voidaan lisätä seuraaviin paikkoihin:

Chart Title	Graafisen esityksen otsikko,
Value Axis	Y -akseli (esim. v/ m/s),
Category Axis	X -akseli (esim. t/ s),
Series of Data Point	haluttu koordinaatti.

Valinnan jälkeen tekstiä voidaan lisätä ja muotoilla muokkausrivillä. Jos teksti halutaan sijoittaa vapaasti, kohdistin siirretään muokkausriville ja kirjoitetaan haluttu teksti. Jos tekstiä halutaan kirjoittaa useammalle riville painetaan rivin lopussa samanaikaisesti **Ctrl-** ja **Enter**-näppäimiä. Kun teksti on valmis, painetaan **Enter** -näppäintä. Ohjelma ympäröi tekstin mustilla valintaneliöillä, joiden avulla tekstiä voidaan siirtää tai muuttaa sen kokoa.



Ohm kuva

Pns-suora:

Siirrytään takaisin taulukkoon (Window, Sheet 1 tai Arrange All). Valitaan taulukosta hiiren avulla kaksi tyhjää solua A11 ja B11. Sovitetaan sarakkeissa A5 - A9 (x-koordinaatti) ja sarakkeissa B5 - B9 (y-koordinaatti) olevaan pistejoukkoon suora kirjoittamalla muokkausriville

$$=LINEST(B5:B9;A5:A9).$$

Valittuihin soluihin saadaan suoran kulmakerroin soluun A11, ja leikkauskohta y - akselilla soluun B11, ($y = kx + b$) painamalla samanaikaisesti **Shift-, Ctrl-** ja **Enter**-näppäimiä. Jos Excelissä ollaan valittu puolipisteen asemasta pilkku, kirjoitetaan lauseke muotoon: $=LINEST(B1:B5,A1:A5)$.

The screenshot shows a spreadsheet window titled "OHM.HLS". The formula bar at the top displays the formula $\{=LINEST(B5:B9;A5:A9)\}$. The spreadsheet grid has columns A through E and rows 1 through 12. The data is as follows:

		A	B	C	D	E
1	1	VIRTA	JÄNNITE			
2	2					
3	3	I / A	U / V			
4	4					
5	5	0,009	1,51			
6	6	0,021	3,04			
7	7	0,028	4,43			
8	8	0,041	6,02			
9	9	0,048	7,23			
10	10					
11	11	146,2732	0,145567			
12	12					

Valitaan kohdistimen avulla solu C5. Lasketaan sarakkeeseen C5 virtaa vastaava jänniteen arvo kirjoittamalla muokkausriville $=146 \cdot A5$ ja painetaan **Enter** -näppäintä. Valitaan solu C5 ja kopioidaan laskutoimitus (Edit Copy). Valitaan solut C6 - C9 ja palautetaan kopioitu laskutoimitus (Edit Paste). Yksinkertaisempi tapa sovittaa suora pistejoukkoon on käyttää TREND -funktiota.

The screenshot shows the same spreadsheet window "OHM.HLS". The formula bar now displays the formula $=\$A\$11 \cdot A5$. The spreadsheet grid is updated with the following data:

		A	B	C	D	E
1	1	VIRTA	JÄNNITE			
2	2					
3	3	I / A	U / V	U laskettu		
4	4					
5	5	0,009	1,51	1,316459		
6	6	0,021	3,04	3,071738		
7	7	0,028	4,43	4,09565		
8	8	0,041	6,02	5,997202		
9	9	0,048	7,23	7,021114		
10	10					
11	11	146,2732	0,145567			

TREND -funktiolla lasketaan yksittäisiä ennusteita (ekstrapoloiteja). Esimerkiksi, kun halutaan ennustaa jännitteen suuruutta 0,06 ampeerin virralla, menetellään seuraavasti: Valitaan esimerkiksi solu C10. Muokkausriville kirjoitetaan:

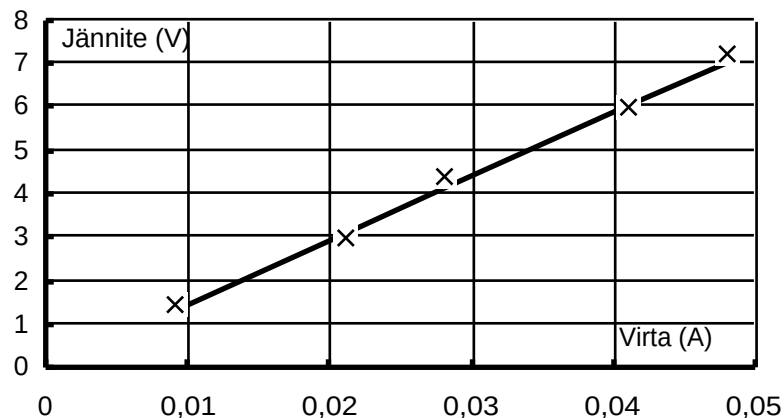
$=TREND(B5:B9;A5:A9;0.06)$

(y-koordinaatit;x-koordinaatit; x_0).

Painetaan samanaikaisesti **Shift-, Ctrl-** ja **Enter-** näppäimiä. Suora sovitetaan TREND -funktion avulla seuraavasti: Valitaan solut C5 - C9. Muokkauksiville kirjoitetaan: =TREND(B5:B9;A5:A9) ja painetaan samanaikaisesti **Shift-, Ctrl-** ja **Enter-** näppäimiä.

Sovitettu suora ja mittausravot saadaan samaan kuvaan seuraavasti: Valitaan solut A4 - C9 kohdistimen avulla. Valitaan **File, New, Chart** tai painetaan samanaikaisesti **Alt-** ja **F1-** näppäimiä. **Gallery-** valikosta valitaan **Scatter**

Muokataan kuvaa, jolloin kuvassa on samanaikaisesti havaintoarvot neliöinä ja sovitettu suora.



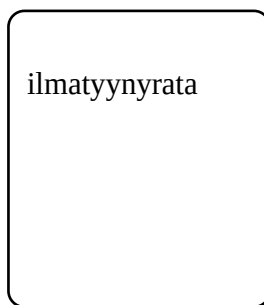
Mittaustuloksia voidaan käsitellä myös taulukkolaskennassa ja laskea sarakkeeseen C jännitteen ja virran suhde.

File Edit Formula Format Data Op					
Normal					
C5		=B5/A5			
OHM3.XLS					
	A	B	C	D	E
1	VIRTA	JÄNNITE			
2					
3	U / A	U / V	U / V / A		
4					
5	0,009	1,51	167,78		
6	0,021	3,04	144,76		
7	0,028	4,43	158,21		
8	0,041	6,02	146,83		
9	0,048	7,23	150,63		
10					
11					
12					

3.2 Dynamiikan peruslain mittaustulosten havainnollistaminen

Dynamiikan peruslakia tutkitaan ilmatyynyradan ja sillä liikkuvan vaunun avulla. Vaunun massaa voidaan muuttaa vaunun päälle asetettavilla lisäpunnuksilla. Vaunu on yhdistetty ohuella langalla pieneen punnukseen. Kun punnus päästetään putoamaan, vaunu lähtee liikkeelle. Vaunun liike on tasaisesti kiihtyvää liikettä. Punnuksen massa on pieni verrattuna vaunun massaan, jolloin sen vaikutus voidaan unohtaa tarkasteltaessa systeemin saamaa kiihtyvyyttä. Vaunun saama kiihtyvyys määritetään esimerkiksi impulssilaskurilla mitatusta kahden valoportin väliseen matkaan käytetystä ajasta:

$$(s = \frac{1}{2} at^2)$$



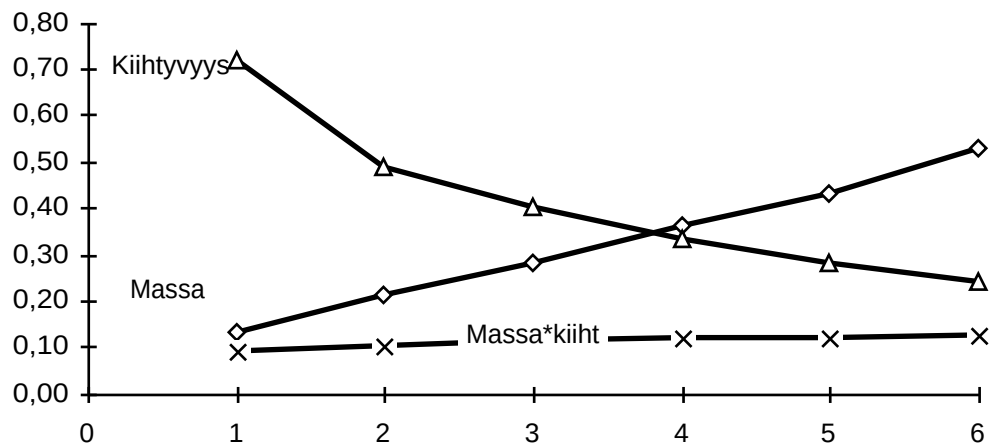
Ilmatyynyradalla suoritettavien kokeiden tavoitteena on selvittää se, miten vaunun kiihtyvyys riippuu vaunun massasta, kun liikkeen aiheuttava punnus on sama. Vaihtelemalla vaunun massaa ja pitämällä punnus, joka aiheuttaa vaunun liikkeen, samana saadaan mittaussarja, joka esitetään taulukkona.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Massa	Kiihtyvyys	Massa*Kiihtyvyys				
2	kg	m/s²	kg*m/s²				
3							
4	0,13	0,72	0,09				
5	0,21	0,49	0,10				
6	0,28	0,40	0,11				
7	0,36	0,33	0,12				
8	0,43	0,28	0,12				
9	0,53	0,24	0,13				
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

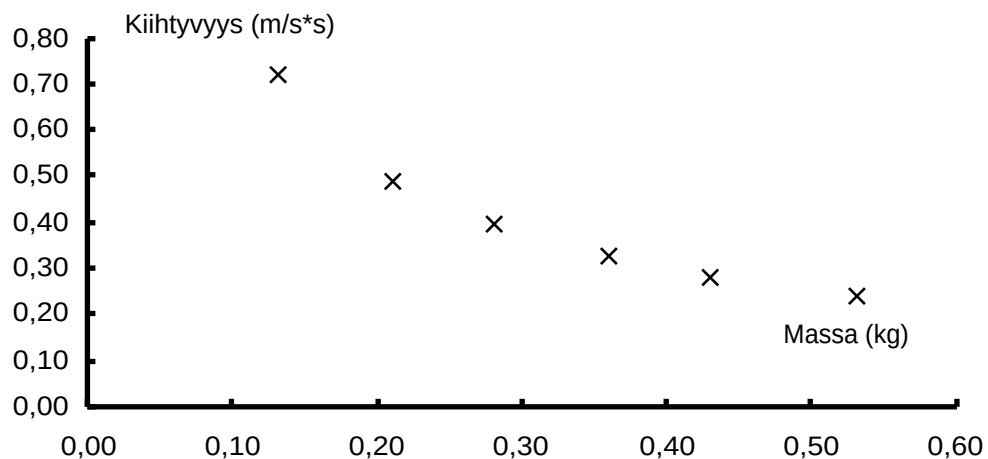
Opetuskeskustelun avulla etsitään mittaustuloksissa havaittava invarianssi, $m \cdot a =$ vakio, jonka nojalla määritellään voima ja todetaan dynamiikan peruslaki. Sarakeeseen C lasketaan massan ja kiihtyvyyden tulo.

Kokeellisesti saatu laki ilmaisee, miten vaunun liike (kiihtyvyys) riippuu vaunun ominaisuuksista (massa). Riippuvuus voidaan esittää graafisesti tai todeta, että vaunun saama kiihtyvyys on kääntäen verrannollinen vaunun massaan. Tulo $m \cdot a$ on kokeessa tarkastellulle ilmiölle ominainen suure (vakio), joka kuvaa ympäristön vaikutusta vaunuun (pieni punnus). Ympäristön vaikutusta aletaan kutsua voimaksi. Laki voidaan yleistää fysikaaliseksi voiman määritteleväksi laiksi, joka esitetään lyhyesti suureyhtälön avulla: $F = m \cdot a$.

Asiaa voidaan havainnollistaa myös graafisesti. Kun vaunun massa kasvaa, sen kiihtyvyys pienenee, mutta massan ja kiihtyvyyden tulo on vakio.

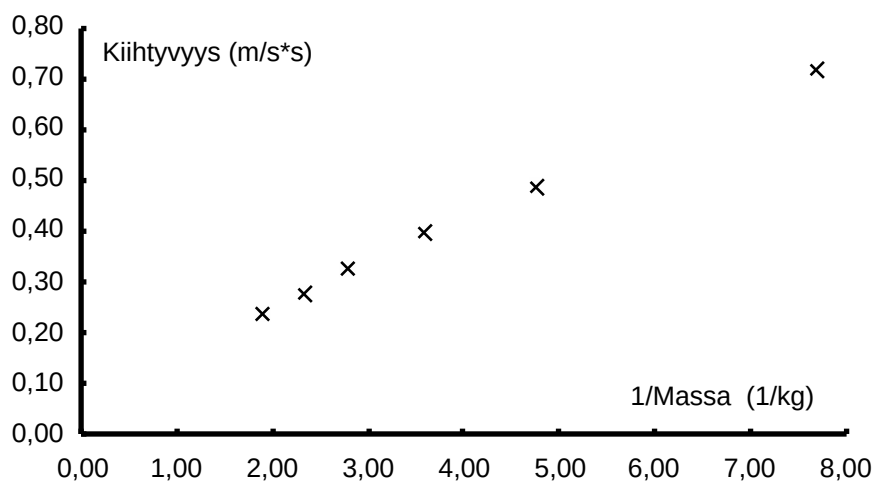


Graafisesti voidaan myös havainnollistaa massan ja kiihtyvyyden välistä riippuvuutta.

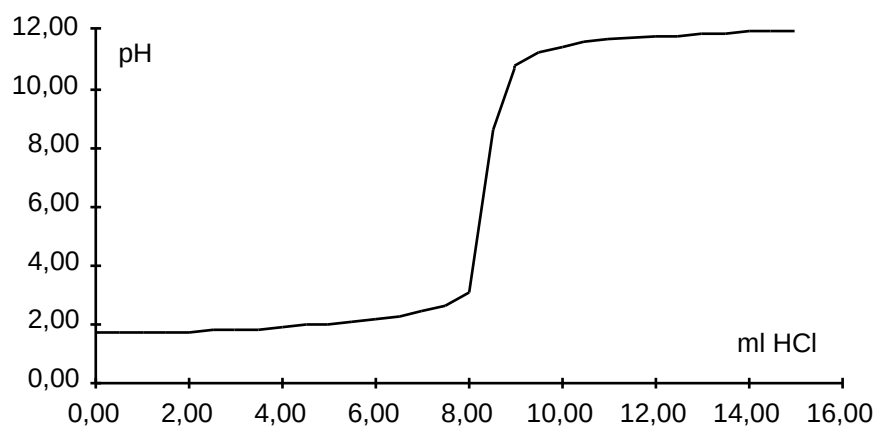


Massan ja kiihtyvyyden välinen riippuvuus saadaan helpommin havaittavaan muotoon, kun kiihtyvyys esitetään massan käänteiluvun funktiona. Kiihtyvyys on suoraan verrannollinen massan käänteislukuun.

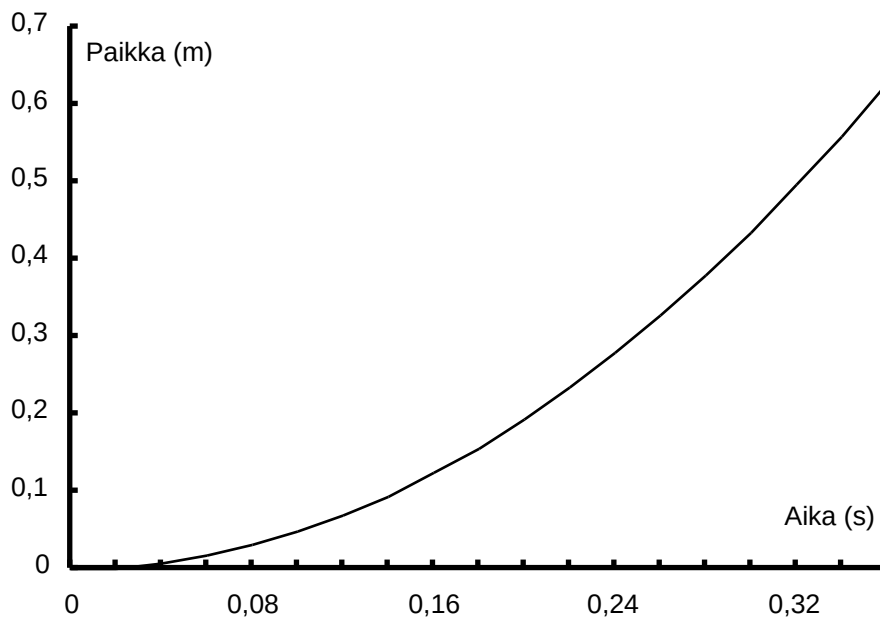
	A	B	C
1	Massa	Kiihtyvyys	Massa*Kiihtyvyys
2	kg	m/s*s	kg*m/s*s
3			
4	0,13	0,72	0,09
5	0,21	0,49	0,10
6	0,28	0,40	0,11
7	0,36	0,33	0,12
8	0,43	0,28	0,12
9	0,53	0,24	0,13



3.3 Muita mittausideoita



Titrauskäyrä



Putoamisliikkeen kuvaajan määrittäminen jaksotinnauhasta.

3.4 Paraabelisovitus MS Worksilla

3.4.1 Mittausjärjestely

Yleisen fysiikan oppitunnilla mittasimme liikkuvan kappaleen paikkaa ajan funktiona. Kiinnitimme jaksotinauhan oppilaan vyöhön, käynnistimme jaksottimen ja oppilas lähti juoksemaan. Jaksotinnauhaan jäi jälki 1/50 s:n välein. Mittasimme jälkien etäisyydet käynnistyskohdasta. Alla ovat mittaustulokset; yksikkönä metri:

0,038	0,056	0,078	0,100	0,12	0,14	0,164	0,188	0,213	0,242
0,272	0,31	0,346	0,38	0,413	0,445	0,482	0,519	0,560	0,600
0,645	0,683	0,725	0,767	0,813	0,855	0,905	0,958	1,000	

Kotitehtävänä oppilaat piirsivät käsin paikan sekä hetkellisen nopeuden ajan funktiona ja opettaja harjoitteli taulukkolaskentaohjelman käyttöä. Seuraavalla tunnilla mittaustulokset käsiteltiin tietokoneluokassa taulukkolaskennan avulla.

3.4.2 Mittaustulosten käsittely Ms Worksilla

Esitän seuraavassa miten Ms Works 2.0:n avulla jaksotinnauhasta mitatuista tuloksista saa määritettyä hetkellisen nopeuden kuvaajan ja pienimmän neliösumman menetelmällä laskettua parhaiten mittaustuloksiin sopivan vakiokiihtyvyyden.

MS Worksissa kuvaajien piirroksessa tarvittavien arvojen tulee olla vaakariveillä. Mikäli käytät sellaista taulukkolaskentaohjelmaa (esim Excel), jossa kuvaajissa käytettävät

arvot voivat olla pystysarakkeilla, niin on syytä muuttaa tässä esimerkissä käytettyä menetelmää.

Ajan arvot laitetaan soluihin B2...AF2. Laita soluun B2 luku 0, soluun C2 luku 0,02 (eli 1 s/ 50) ja soluun D2 kaava =C\$2+\$C\$2. Dollarimerkkien avulla kaavan viittaus C sarakkeeseen ei muutu kaavan jälkimmäisessä termissä. Kaavan olisi myös voinut kirjoittaa muodossa =C2+\$C2. Tällöin taulukon muokkaaminen ja rivien siirtely jälkeen päin olisi muuttunut hankalammaksi.

Kaava kopioidaan alueelle C2:AF2. Valitse alue C2:AF2 ja Edit valikosta Fill Right. Rivin 2 ajan arvoja ei voi käyttää kuvaajien vaaka-akselilla, sillä luvut eivät mahdu kuvaajaan. Siksi on syytä laittaa sopiviin kohtiin riville 1 ajan arvoja. Esimerkiksi soluun B1 luku 0, soluun G1 luku 0,1 ... ja soluun AF1 luku 0,6.

Jaksotinnauhasta mitatut paikan koordinaatit sijoitetaan vastaavien ajanhetkien alle soluihin B3...AF3. Tässä esimerkissä luvut ovat 0, 0,038, 0,056, 0,078, 0,1, 0,12..., 0,905, 0,958 ja 1. Tuloksille annetaan nimi soluun A3: mitattu paikka.

Keskinopeus kunkin aikavälin alussa lasketaan alueelle B4:AD4 seuraavasti. Laita soluun B4 kaava =(C\$3-B\$3)/\$C\$2 ja valitse alue B4:AD4 ja kopioi oikealle valitsemalla Edit valikosta Fill Right. Solun B4 kaavassa voisi myös kertoa 50:llä, mutta tällä tavoin voi mukavammin sovellusta käyttää myös jos jaksotimen taajuus on 100 Hz. Soluun A4 laitetaan mittaustuloksista lasketuille keskinopeuksille nimi: hetkellinen nopeus.

Paikan kuvaaja saadaan piirrettyä valitsemalla Chart valikosta New Series Chart. Valintataulun valinnat:

Type of Chart: line,
Values to Be Plotted 1st Row: 3,
From Column: B,
To Column: AF,
Vertical Scale: Numeric,
Data legends in Column: A,
Horizontal Titles in Row: 1,
Label Chart,
Chart Title: PAIKAN KUVAAJA,
Vertical Scale Title: matka m ja
Horizontal Title: aika (s).

Tässä vaiheessa on syytä nimetä kuvaaja valitsemalla Edit valikosta Change Chart Name ja antamalla kuvaajalle nimi: paikka. Kuvaaja saadaan kuvaruudulle valitsemalla Plot It!

Nopeutta varten aloitetaan uusi kuvaaja jonka valintatauluun laitetaan:

Type of Chart: line,
Values to Be Plotted 1st Row: 4,
From Column: B,
To Column: AF,
Vertical Scale: Numeric,
Data legends in Column: A,
Horizontal Titles in Row: 1,
Label Chart,

Chart Title: NOPEUDEN KUVAAJA,
 Vertical Scale Title: nopeus m/s ja
 Horizontal Title: aika (s).

Kuvaajalle annetaan nimi nopeus valitsemalla Edit valikosta Change Chart Name. Kuvaajien valintoja pääsee muokkaamaan valitsemalla Chart valikosta Select Chart Definition ja kuvaajia saa piirrettyä valitsemalla Chart valikosta Draw Chart.

Pienimmän neliösumman sovitusta ja korrelaatiokerrointa varten lasketaan joitakin lukuja ts -pistepareista. t :n ja v :n tulo tv lasketaan alueelle B7:AD7, t :n neliö t^2 alueelle B8:AD8 ja v :n neliö v^2 alueelle B9:AD9.

Laita soluun B7 kaava $=B\$2*B\4 , soluun B8 kaava $=B\$2*B\2 ja soluun B9 kaava $=B\$4*B\4 . Kopioi kaavat oikealle valitsemalla alue B7:AD9 ja Edit valikosta Fill Right.

Soluun B11 lasketaan pisteparien lukumäärä n kaavalla $=\text{Count}(\$B\$4:\$AD\$4)$, soluun B12 lasketaan $\sum tv$ kaavalla $=\text{Sum}(\$B\$7:\$AD\$7)$, $\sum t^2$ soluun B13 kaavalla $=\text{Sum}(\$B\$8:\$AD\$8)$, $\sum v^2$ soluun B14 kaavalla $=\text{Sum}(\$B\$9:\$AD\$9)$, soluun B15 $\sum t$ kaavalla $=\text{Sum}(\$B\$2:\$AD\$2)$ ja soluun B16 $\sum v$ kaavalla $=\text{Sum}(\$B\$4:\$AD\$4)$.

Pns -suoran kulmakerroin lasketaan soluun B18 kaavalla

$$=(\$B\$11*\$B\$12-\$B\$15*\$B\$16)/(\$B\$11*\$B\$13-\$B\$15*\$B\$15)$$
 ja pystyakselin leikkauspiste soluun B19 kaavalla

$$=(\$B\$16*\$B\$13-\$B\$15*\$B\$12)/(\$B\$11*\$B\$13-\$B\$15*\$B\$15).$$

Korrelaatiokerroin, jonka itseisarvo on lähellä ykköstä, jos pisteparit ovat lähes samalla suoralla ja lähellä nollaa, jos pisteparit ovat satunnaisesti valittuja, lasketaan soluun B20 kaavalla

$$=(B11*B12-B15*B16)/\text{Sqrt}((\$B\$11*\$B\$13-\$B\$15*\$B\$15)*(\$B\$11*\$B\$14-\$B\$16*\$B\$16)).$$

Tässä esimerkissä saatiin seuraavat arvot kahden desimaalin tarkkuudella:

n	29,00
$\sum tv$	15,98
$\sum t^2$	3,09
$\sum v^2$	92,58
$\sum t$	8,12
$\sum v$	50,00
k	2,44
b	1,04
r	0,87

Jos oletetaan, että liike on likimain tasaisesti kiihtyvää, niin edellä mainittujen tietojen perusteella kiihtyvyys $a \approx 2,44 \text{ m/s}^2$ ja alkunopeus $v_0 \approx 1,04 \text{ m/s}$.

Pns -sovitusta vastaava suora lasketaan alueelle B22:AD22. Laita soluun B22 kaava $=\$B\$18*B\$2+\$B\$19$.

Kopioi kaava oikealle valitsemalla alue B22:AF22 ja Edit valikosta Fill Right. Kuvaajaa varten annetaan arvoille nimi soluun A22: sovitettu nopeus.

Lasketaan vielä alueelle C23:AE23 paikan kuvaaja ajan funktiona käyttämällä liikkeelle tasaisesti kiihtyvän liikkeen mallia $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$. Laita soluun C23 kaava $=B\$19*B\$2+0,5*B\$18*B\$2*B\$2$. Valitse alue C23:AE23 ja Edit valikosta Fill Right. Soluun A23 annetaan lasketuille arvoille nimi: sovitettu paikka.

Sovitettu nopeus saadaan lisättyä nopeus- kuvaajaan valitsemalla Chart valikosta Select Chart Definition, jonka valintataulusta valitaan Chart: nopeus. Nopeus kuvaajan valintatauluun lisätään Values to be Plotted 2nd ROW 22. Samalla tavalla tasaisesti kiihtyvän liikkeen mallin avulla laskettu paikan kuvaaja saadaan lisättyä paikka-kuvaajaan valitsemalla sen valintataulusta Values to be Plotted 2nd ROW 23.

3.5 Paraabelisovitus Excelillä

Tässä käsitellään Ms Excelillä samoja mittaustuloksia kuin edellisessä luvussa.

3.5.1 Paraabelisovitus

Avaa Excel taulukkolaskentaohjelma. Koska kuvaajan piirroksessa tarvitaan vasemman puoleisena sarakkeena vaak-akselin arvoja (oletusarvo xy-kuvaajissa) ja paraabelisovituksessa tarvitaan t ja t^2 -arvoja, niin kannattaa laittaa t :n arvot A sarakkeelle, t^2 -arvot B-sarakkeelle ja x -arvot C-sarakkeelle.

Laita mitattujen paikkojen arvot soluihin C2...C31. Ajan arvot saadaan laittamalla soluun A2 luku 0 ja soluun A3 kaava $=A2+0,02$. Kopioi kaava alaspäin valitsemalla alue B2:B31 ja Edit valikosta Fill Down. Lukusarja voidaan luoda Excelissä myös valitsemalla alue B2:B31. Tämän jälkeen valitaan Data valikosta Series..., jonka valintataulusta Series in columns, Type linear ja Step value 0,02.

Toisen asteen sovituksessa tarvitaan myös aika sarakkeen arvojen neliöitä. Kirjoita soluun B2 kaava $=A2*A2$, valitse alue B3:B32 ja Edit valikosta Fill Down.

Sovitusta varten valitse alue A33:C33 ja laita soluun A33 kaava $=\text{LINEST}(C2:C31;A2:B31)$ ja paina IBM Excelissä Shift - Ctrl- Return ja Mac Excelissä Komento- Return.

Paraabelisovituksen $y = ax^2 + bx + c$ tulostematriisiin soluun A33 tulee vakio a , eli tässä esimerkissä kiihtyvyyden puolikas, soluun B33 tulee b eli alkunopeus ja soluun C33 vakio c eli alkupaikka.

Sovituksen mukaan paikka ajan funktiona on

$$x(t) \approx 1,37 \cdot t^2 + 0,92 \cdot t + 0,01 \approx \frac{1}{2} \cdot 2,74 \cdot t^2 + 0,92 \cdot t + 0,01,$$

kun yksiköt ovat SI- järjestelmässä.

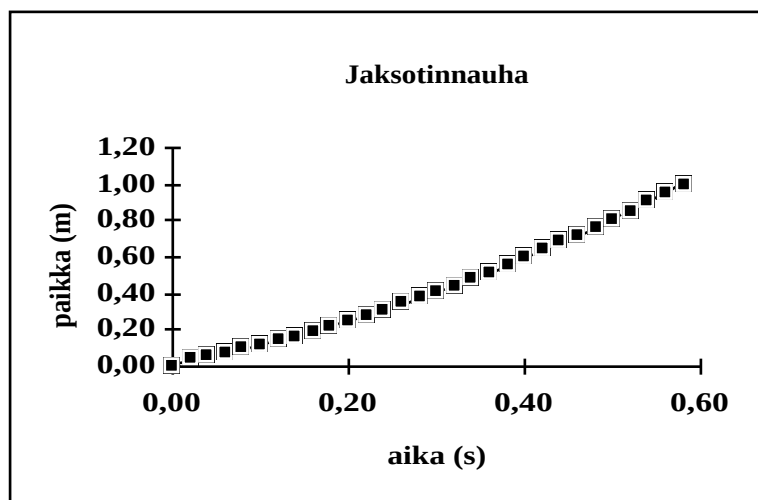
Excel 3.0:ssa saadaan lisätietoa sovituksesta kun valitaan alue A33:C37 ja kirjoitetaan kaava $=\text{LINEST}(C2:C31;A2:B31;\text{TRUE};\text{TRUE})^1$ ja painetaan IBM Excelissä Shift-Ctrl- Return ja Mac Excelissä Komento- Return. Tällöin soluun A35 tulee korrelaatiokertoimen neliö, joka on lähellä yhtä, jos sovitettavat pisteet sopivat hyvin käyrälle.

¹Linest-funktion täsmällisempi määrittely on seuraavassa luvussa

3.5.2 Liikkeen kuvaajat

Mallia vastaavat paikan arvot saadaan alueelle D2:D31 seuraavasti. Valitse alue D2:D31 ja kirjoita kaava =TREND(C2:C31;A2:B31;A2:B31;TRUE) ja IBM Excelissä Shift-Ctrl- Return ja Mac Excelissä Komento- Return.

Paikan kuvaaja saadaan Excel 3.0:ssa seuraavasti. Valitse alue A2:D31. Näpsäytä hiirellä kaaviotyökalua työkaluvalikon oikeassa yläkulmassa. Valitse sopiva alue, jonne haluat kuvaajan. Alueen kokoa voi myöhemmin muuttaa kuvaajan kahvoista. Valintataulusta valitaan x- values for xy- Chart ja OK. Näpsäyttämällä kuvaajan päälle kaksi kertaa päästään muokkaamaan kuvaajaa. Ajan neliöistä päästään eroon näpsäyttämällä niitä vastaavia pisteitä kuvaajassa ja valitsemalla Edit-valikosta Clear.



3.5.3 Vertailu Worksin antamaan tulokseen.

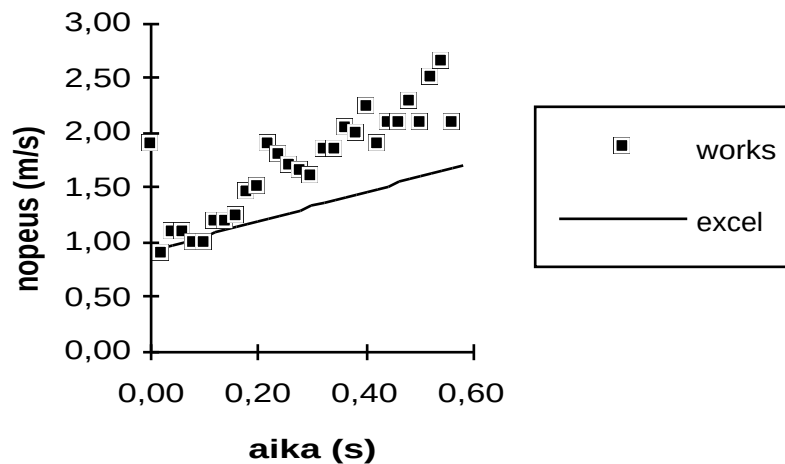
Eri menetelmillä lasketut arvot poikkeavat melko paljon toisistaan. Ms Works sovelluksessa, jossa laskettiin ensin keskinopeudet eri aikaväleillä ja sovitettiin pnsuora tv- koordinaatistoon, sovitettu suora sopi laskettuihin nopeuksiin paremmin.

Works sovelluksessa saatiin kiihtyvyyden arvoksi $a \approx 2,44 \text{ m/s}^2$ ja alkunopeudeksi $v_0 \approx 1,04 \text{ m/s}$. Excel sovelluksessa laskettiin kiihtyvyyden arvoksi $a \approx (2,74 \pm 0,03) \text{ m/s}^2$ ja alkunopeudeksi $v_0 \approx (0,92 \pm 0,02) \text{ m/s}$. Erot ovat aika suuret.

Seuraavassa taulukossa on eri sovituksilla mitattujen arvojen ja sovitettujen arvojen erotusten neliöiden summat:

$\Sigma(v-v_{\text{paraab}})^2$	$\Sigma(v-v_{\text{works}})^2$	$\Sigma(s-s_{\text{paraab}})^2$	$\Sigma(s-s_{\text{works}})^2$
7,66	1,53	0,00068	0,00387

Paikan arvot saatiin molemmissa sovitusten menetelmissä kulkemaan hyvin lähellä toisiaan. Tilastotieteestä ja pns-sovituksesta kiinnostuneet voisivat pohdiskella mistä erot johtuvat ja kummat arvot ovat oikeampia tässä tilanteessa.



3.6 Matriisilaskentaa Excelillä²

3.6.1 Johdanto

Excel taulukkolaskentaohjelman 2.2 versiossa ovat käytössä seuraavat matriisilaskentafunktiot: MDETERM eli matriisin determinantti, MINVERSE eli käänteismatriisi, jonka avulla voidaan ratkaista lineaarisia yhtälöryhmiä, MMULT eli matriisitulo ja TRANSPOSE eli matriisin transpoosi. Lisäksi Excel ymmärtää marsiisin kertomisen skalaarilla, matriisien summan ja erotuksen. LINEST funktion avulla voidaan laskea pienimmän neliösumman avulla määriteltyjen suorien kulmakertoimia, pystyakselin leikkauspisteitä ja 3.0 versiossa myös korrelaatiokertoimia ja muita tilastotietoja. Versiossa 3.0 voi laskea myös matriisien pistetulon funktiolla SUMPRODUCT, joka tosin ei ole matriisifunktio, sillä sen tulostehan on skalaari.

Excelin matriiseihin liittyy myös sellainen miellyttävä ominaisuus, että matriisia voidaan käyttää funktioiden tai laskutoimitusten syötteenä yhdellä kertaa. Näin esimerkiksi matriisin (taulukon suorakaiteen muotoinen osa) jokaisen alkion neliöjuuri voidaan määritellä vähillä näppäilyillä.

Fysiikan ja miksei matematiikan opiskelun kannalta yhtälöryhmän ratkaiseminen on mielestäni se piirre, jonka takia Excelin matriisifunktioihin kannattaa tutustua.

Tutkitaan matriisien käyttöä pikku esimerkkien avulla. Näppäile Excelin 2.2 (tai korkeampi) version taulukkoon soluun A1 luku 1, soluun B1 luku 2, soluun C1 luku 3, soluun A2 luku 4, soluun B2 luku 5 ja soluun C2 luku 6. Alueen A1:C2 kuusi lukua voidaan matriisilaskennan mielessä käsittää 2x3 matriisiksi:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

²Tämä luku on julkaistu Dimensiossa. Kirjoitin tämän ennen kuin sain Excel 3.0:n, jossa Linest-funktion avulla voi myös ratkoa tämän tyyppisiä ongelmia.

Seuraavissa esimerkeissä matematiikan matriisiolioiden nimet merkitään **paksunnettuna** ja taulukkolaskennan matriisit ja taulukon osat esitetään aluemerkinällä (esim. A1:C2).

Luodaan matriisi, jossa alueen A1:C2 jokainen alkio kerrotaan luvulla 2. Matriisilaskennan mielessä kyseessä on matriisin kertominen skalaarilla **2M**. Valitse hiiren avulla alue A4:C5. Näppäile soluun A4 $=2*A1:C2$. Näppäile IBM:llä ja yhteensopivilla ctrl-vaihto-return eli ctrl ja vaihtonäppäin (shift) alas painettuna paina return-näppäintä tai Macintoshilla komento- return.

Alueelle A4:C5 pitäisi ilmestyä luvut 2, 4, 6, 8, 10 ja 12. Kyseinen alue on nyt Excelin matriisi, jonka yksittäisiä soluja ei voi muokata. Alueen jokaisessa solussa on kaava $\{=2*A1:C2\}$; kaarisulkujen avulla tunnistaa matriisin. Alue A1:C2 ei ole Excelin matriisi, joten sen soluja voi muokata vapaasti ja niiden muuttaminen muuttaa vastaavaa solua alueella A4:C5. Matriiseja määritettäessä on aina käytettävä ctrl-vaihto-return menetelmää. Muutoin alue ei muutu Excelin matriisiksi. Olkoon alueen A4:C5 solujen arvot 2x3 matriisi **N**.

Matriisien **M** ja **N** ja summa **M + N = S** saadaan laskettua alueelle A7:C8 seuraavasti. Valitse alue ja näppäile $=A1:C2 + A4:C5$ ja paina ctrl-vaihto-return. Samalla tavalla onnistuvat matriisien solujen erotukset, tulot ja osamäärät.

Matriisin tai alueen solut voivat olla myös taulukkolaskentafunktioiden syötteenä. Otetaan matriisin **S** alkioden neliöjuuret. Valitse alue A10:C11. Näppäile soluun A6 kaava $=\text{Sqrt}(A7:C8)$ ja paina ctrl-vaihto-return. Toinen tapa on valita Formula valikosta Paste Functions ja funktio Sqrt(), jonka jälkeen valitaan alue A7:C8 ja painetaan ctrl-vaihto-return.

Tarkistuksen vuoksi lasketaan alueen A10:C11 solujen neliöt. Valitse alue A13:C14. Näppäile soluun $=A10:C11^2$ ja paina ctrl-vaihto-return. Mikäli kaikki on mennyt oikein on alueessa A13:C14 matriisi **S**.

Alussa määritelty matriisi **M** voidaan määritellä alueelle A1:C2 myös matriisina seuraavasti. Aluksi valitse alue A1:C2. Syötä matriisi käyttäen kaarisulkuja ja erottimia soluun A1 $=\{1\sqrt{3};4\sqrt{5}6\}$ ja paina ctrl-vaihto-return. Nyt alue A1:C2 on matriisi, jonka yksittäisten solujen arvoja ei voi muuttaa, muuta kuin muuttamalla solun A1 määrittelyä. Kauttaviiva \ toimii matriisin yhdellä rivillä olevien arvojen erottimena ja puolipiste ; sarakkeiden erottimena. Mikäli desimaalierotin on amerikkalaisittain piste, niin rivin arvojen välissä tulee olla pilkku. Tämä asia aiheutti ainakin minulla pientä päänvaivaa, kun yritin luoda matriisin, josta on jätetty vaakarivejä pois.

Esimerkiksi eräässä taulukossa minulla oli alueella A1:A50 y-akselin arvoja ja alueella B1:B50 x- akselin arvoja. Solujen A10 ja B10 arvot olivat tyhjiä. Tällöin LINEST- funktio ei toiminut toivotulla tavalla. Tarvittava kaava piti syöttää muodossa $=\text{LINEST}(A1:A9\backslash A11:A50;B1:B9\backslash B11:B50)$.

3.6.2 Matriisitulo

Matematiikan matriisitulolla ei tarkoiteta samaa kuin matriisien yksittäisten solujen kertomisella keskenään; vertaa matriisien summa. Jos $n \times m$ ja $m \times k$ matriisien tulo lasketaan syntyy n kertaa k matriisi. Tulon alkio, joka on i :nnellä vaakarivillä ja j :nnellä pystysarakkeella, saadaan seuraavasti. Valitaan ensimmäisestä tekijästä i :s vaakarivi, jälkimmäisestä tekijästä k :s pystysarake ja muodostetaan näiden vastinal-

kioiden kaksittaistulojen summa. (Edellinen virke oli mukailtu versio Laurikaisen Matemaattisista apuneuvoista, WSOY 1975, sivu 166.)

Tehdään alueelle A16:J25 kertotaulu käyttämällä apuna matriisituloa. Laita soluun A16 luku 1 ja soluun B16 kaava $=A16 + \$A\16 . Valitse alue B16:J16 ja Edit valikosta Fill Right. Alueella A16:J16 ovat luvut 1...10. Laita soluun A17 kaava $=A16 + \$A\16 ja kopioi alaspäin alueelle A17:A25 kuten edellä käyttämällä Fill Down komentoa. Varsinainen kertotaulu muodostetaan valitsemalla alue B17:J25 ja näppäilemällä soluun B25 $=MMULT(A17:A25; B16:J25)$ ja painamalla ctrl-vaihto-return.

Alueen A1:C2 luvut voidaan käsittää myös lineaarisen yhtälöryhmän $x + 2y = 3$ ja $4x + 5y = 6$ kertoimina. Olkoon alue A1:B2 kerroinmatriisi **A** ja C1:C2 vakiopystyvektori **B**. Jos **X** on kaksialkioinen pystyvektori, jonka alkiot ovat x ja y , niin yhtälöryhmä voidaan esittää matriisiyhtälönä $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$. Mikäli **A**:lla on käänteismatriisi $\mathbf{A}^{-1}$, niin yhtälöryhmän ratkaisuvektori $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. Yhtälöryhmä saadaan ratkaistua valitsemalla alue E1:E2 ja näppäilemällä soluun E1 kaava $=MMULT(MINVERSE(A1:B2);C1:C2)$ ja painamalla ctrl-vaihto-return. Näin ollen Excelin avulla yhtälöryhmän ratkaisu on $x \approx 1$ ja $y \approx -2$.

Seuraavassa on taulukkolaskentasovellus, jossa matriisin kääntämistä apuna käyttäen saadaan valittua se neljännen asteen polynomi, joka kulkee viiden tunnetun pisteen $(-3, 0)$, $(-1, -3)$, $(0, 0)$, $(1, -3)$ ja $(3, 0)$ kautta.

Mikäli neljännen asteen polynomin $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ kuvaaja kulkee pisteen (x_1, y_1) kautta, niin yhtälö $ax_1^4 + bx_1^3 + cx_1^2 + dx_1 + e = y_1$ on tosi. Vastaavasti pisteet $(x_2, y_2) \dots (x_5, y_5)$ määrittävät neljä muuta yhtälöä. Näin muodostuu viiden tuntemattoman ja viiden yhtälön muodostama yhtälöryhmä, joista polynomin kertoimet $a, \dots, e$ voidaan määrittää mikäli yhtälöryhmällä on yksikäsitteinen ratkaisu.

Aloita uusi taulukko. Pisteet syötetään alueelle A4:B8. Laita soluihin A4:A8 luvut -3, 1, 0, 1 ja 3 sekä soluihin B4:B8 luvut 0, -3, 0, -3 ja 0. Soluihin B11:F11 laitetaan x :n potenssit 4, 3, 2, 1 ja 0. Määritellään alueelle B13:E17 kerroinmatriisi. Näppäile soluun B13 kaava $=(\$A4)^{(B\$11)}$. Kopioi solu B13 alueelle B13:E17 seuraavasti. Kopioi B13 apupöydälle, valitse alue B13:E17 ja sijoita (Paste) apupöydän sisältö. Tämän lisäksi pitää soluihin F13:F17 näppäillä jokaiseen luku 1, sillä 0^0 ei ole määritelty. Näin on yhtälöryhmän kerroinmatriisi alueella B13:F17.

Solussa B19 tutkitaan onko yhtälöryhmällä yksikäsitteistä ratkaisua kerroinmatriisin determinantin avulla. Laita soluun B19 kaava

$=IF(0=MDETERM(B13:F17);"Ei yksikäsitteistä ratkaisua!";"Ratkaisu on:")$

ja paina ctrl-vaihto-return. Determinantin avulla voi tutkia myös yhtälöryhmän ratkaisun häiriöalttiutta. Mitä pienempi on determinantin itseisarvo, sitä suurempi virhe ratkaisussa.

Yhtälön ratkaisu laitetaan alueelle B20:F20. Tällöin a :n arvo tulee soluun B20 ja b :n soluun C20 ja niin edelleen. Valitse alue B20:F20 ja laita soluun B20 kaava

$=TRANSPOSE(MMULT(MINVERSE(B13:F17);B4:B8))$

ja paina ctrl-vaihto-return. Transpoosin avulla pystysarake kääntyy vaakariviksi.

Yhtälöryhmän ratkaisuksi saadaan: $a \approx 0,375$; $b \approx 0$; $c \approx -3,375$; $d \approx 0$; $e \approx 0$ ja polynomiksi: $f(x) \approx 0,375 x^4 - 3,375 x^2$.

Lopuksi esitän, miten edellä lasketun polynomin kuvaaja saadaan piirrettyä. Soluun B23 laitetaan kuvaajan x- akselin alaraja ja soluun B24 sen yläraja. Tässä esimerkiksi -3,5 ja 3,5. Laita soluun B25 kaava $=($B$24 - B23)/50$, jolla lasketaan piirroksessa käytettävän jakovälin pituus. Alueella C28:C78 lasketaan x- akselin arvot ja alueella D28:D78 vastaavat polynomin arvot. Laita soluun C28 kaava $=B$23$ ja soluun C29 kaava $=C28+$B25 . Kopioi C29 alas C78:aan asti. Laita soluun D28 lyhyt kaava

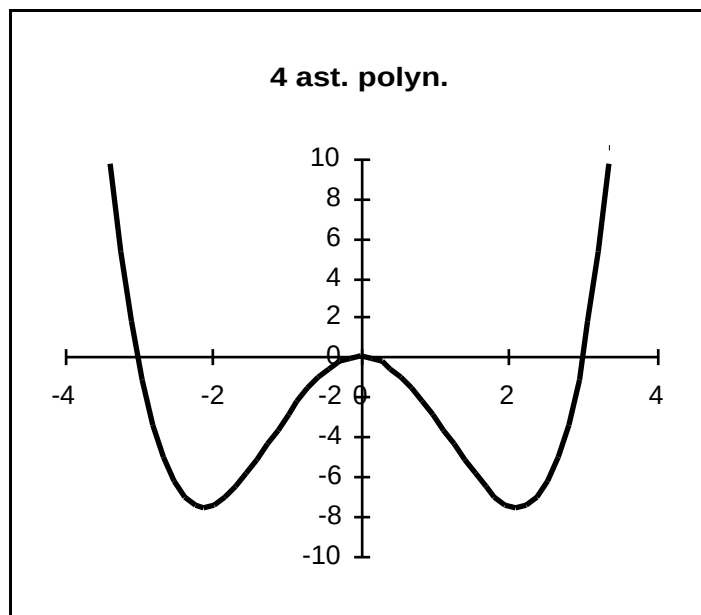
$$=B$20*C28^4+C$20*C28^3+D$20*C28^2+E$20*C28+F$20$$

ja kopioi se alas soluun D78 asti.

Näin on laskettu polynomin arvoja joillain x:n arvoilla, jotka pitää saada xy- koordinaatistoon. Valitse alue C28:D78 ja kopioi se apupöydälle. Aloita kuvaajan piirto valitsemalla File valikosta New jonka valintataulusta valitaan Chart. Sijoita apupöydän arvot käyttämällä Edit valikon Paste Special komentoa, jonka valintataulussa valitaan values in columns ja categories in first column. Tässä vaiheessa kuvaruutuun ilmestyyneen sotkuinen kuva käyrästä. Valitse Gallery valikosta Scatter, jonka valintataulusta tyyppi 2.

Kuvaajassa näkyy kaikki 51 pistettä pikku neliöinä, jotka saadaan pois valitsemalla jokin niistä hiirellä kaksoisosoittamalla, jonka jälkeen valintataulusta valitaan Marker Invisible ja Apply to All.

Excel 3.0:ssa kuvaajan piirto onnistuu helpommin käyttämällä alueen valinnan jälkeen kuvaajatyökalua.



Yleisemmin Linest-funktion toiminnan voi esittää seuraavasti. Jos pistejoukko on

$$\{(y_1, x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}), (y_2, x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}), \dots, (y_m, x_{1m}, x_{2m}, \dots, x_{nm})\} \quad (m \geq n)$$

ja niiden kautta sovitetaan pns-menetelmällä suora

$$y = m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n + b,$$

niin tulostematriisiksi valitaan alue, jossa on $n+1$ saraketta ja 5 riviä.

Linestien ensimmäiseksi syötteeksi laitetaan sarake, jossa ovat y -arvot, toiseksi syötteeksi alue, jossa ovat $x_1, \dots, x_n$ -arvot rinnakkain. Jos kolmas syöte on FALSE, niin b on nolla. Neljäs syöte on TRUE, jos halutaan tilastotietoa sovitukselta ja jos se on FALSE tulostuu vain kerroinrivi. Koska tuloste on matriisi pitää muistaa painaa ctrl-vaihto-return ja Mac-Excelissä komento-return.

Tulosteen ylimmällä rivillä ovat kertoimet $x_n, x_{n-1}, \dots, x_1$ ja b . Tässä on hyvä huomata, että x :ien kertoimet ovat hauskaasti eri järjestyksessä kuin syötteessä. Hieman mielikuvitusta käyttäen voi Linestillä tehdä myös muita sovituksia perustuen lineaariseen malliin.

Eksponenttifunktion $y = b \cdot m^x$ sovittaminen pisteisiin onnistuu Logest-funktion avulla. Sen syötteet ja tulostematriisi ovat kuin Linestillä. Tulostematriisin ylimmällä rivillä ovat m ja b . Mikäli toisessa syötteessä on useampia sarakkeita, niin malli on

$$y = b m_1^{x_1} m_2^{x_2} m_3^{x_3} \dots \text{ ja tulostematriisin ylimmäinen rivi } m_n, m_{n-1}, \dots, m_1 \text{ ja } b.$$

Logestin kaveri samassa mielessä kuin Linestillä on Trend on Growth-funktio.

3.7 Simulointi³

3.7.1 Taustaa

Taulukkolaskentaohjelmien avulla voi tehdä samoja tehtäviä kuin perinteisillä ohjelmointikielillä. Joidenkin tehtävien ratkaisu onnistuu taulukkolaskennalla mukavammin kuin BASICilla tai Pascalilla. Isoissa simuloinneissa, kuten esimerkiksi kolmen kappaleen probleeman simuloiminen kolmiulotteisessa avaruudessa, taulukkolaskenta pakottaa tekemään valtaisan suuria tiedostoja, joiden käyttö on kömpelöä. Esimerkkinä voin mainita simulointisovelluksen, jossa planeetta kiersi paikallaan olevaa keskustähteä. Vaikka Excel-tiedoston koko oli yli 450 ktavua en saanut planeettaa kulkemaan ellipsirataa.

3.7.2 Tasaisesti kiihtyvä liike

Seuraavassa esitän miten taulukkolaskentaohjelman avulla voidaan simuloida liikettä.

Heitetään palloa maanpinnan läheisyydessä tyhjössä pystysunnassa. Valitaan liikkeen $+$ -suunnaksi suunta ylöspäin. Pallon liikeyhtälö on tällöin

$$-mg = ma \text{ eli}$$

$$a = -g.$$

Kyseessä on tasaisesti kiihtyvä liike, joten laajan fysiikan 1. kurssin tietojen ja taulukkokirjan avulla on helppo määrittää kappaleen paikka, nopeus ja kiihtyvyys ajan funktiona.

³Tämäkin luku on julkaistu Dimensiossa.

$$a(t) = -g,$$

$$v(t) = v_0 + at \text{ ja}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0 + v(t)}{2} t.$$

Paikka voidaan esittää myös toisella kaavalla, mutta numeerisessa mallissa käytetään ylläolevaa keskinopeuteen perustuvaa lauseketta. Yhtälöistä on helppo ratkaista liikkeen kuvaajat eri koordinaatistoissa. Esimerkiksi miten kiihtyvyys tai nopeus muuttavat paikan funktiona.

Väliaineen vastuksen ottaminen mukaan muuttaa tilanteen täysin. Liikkeyhtälöstä ei voida suoraan ratkaista liikkeen kuvaajaa yksinkertaisilla menetelmillä eikä tulokseksi saada mukavaa polynomia suljetussa muodossa. Siksi numeeristen menetelmien ja tietokoneen käyttö apuvälineenä auttavat ongelman ratkaisussa.

Simuloinnin avulla voidaan kokeilla erilaisia malleja, tutkia niiden käyttäytymistä eri tilanteissa ja vertailla mallien sopivuutta todelliseen tilanteeseen. Monen nykyajan tiedehenkilön työ voidaan kuvailla seuraavasti. Tutki luonnonilmiötä (tässä putoamisliike). Tee siitä matemaattinen malli (vertaa liikkeyhtälö). Muokkaa malli numeeriseksi malliksi (katso seuraava luku), jotta hankalat laskut voidaan suorittaa tietokoneen avulla. Kirjoita numeerisesta mallista tietokoneohjelma, jollain ohjelmointikielellä (tässä taulukkolaskimen kieli). Aja ohjelma supertietokoneella (tässä IBM, klooni tai Mac) ja julkaise tulokset (tämä artikkeli).

3.7.3 Ilmanvastus

Joissain tapauksissa voidaan ilmanvastuksen tai muun väliaineen vastuksen olettaa olevan suoraan verrannollinen nopeuden neliöön. Tämä pitää paikkansa pesäpalloille syötössä ja putoaville omenoille tai pingispalloille. Kelpaako malli vappupalloille tai puusta putoaville koivunlehdille?

Seuraavassa on liikkeyhtälö pystysuunnassa tapahtuvalle heittoliikkeelle. Liikettä vastustava voima on suoraan verrannollinen liikkuvan kappaleen nopeuden neliöön ja + -suunnaksi on valittu suunta ylöspäin.

$$-mg - B|v|v = ma, \text{ eli}$$

$$a = -g - \frac{B}{m} |v|v.$$

Itseisarvot tarvitaan, jotta ilmanvastus olisi aina vastakkaissuuntainen nopeuteen nähden. B on väliaineesta ja kappaleen muodosta riippuva kerroin. Millainen riippuvuus on B:n ja nopeuden huippuarvon välillä?

Ylläolevan yhtälön simuloiminen käyttämällä pieniä välejä Δt ja Δx tapahtuu seuraavasti. Oletetaan liike tasaisesti kiihtyväksi liikkeeksi tarpeeksi pienillä aikaväleillä $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Käyttämällä matemaattisen mallin kiihtyvyyden lauseketta ja tasaisen liikkeen lausekkeita nopeudelle ja paikalle saadaan:

$$a_{j+1} = -g - C^*|v_j|v_j,$$

$$v_{j+1} = v_j + a_j \Delta t \text{ ja}$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \Delta t.$$

Vakio $C = B/m$ riippuu kappaleen massasta ja muodosta sekä väliaineen ominaisuuksista. On myös muita menetelmiä integroida aikavälejä, mutta niitä on syytä käsitellä joskus toiste.

Numeerisen mallin kääntäminen ohjelmaksi on melko suoraviivaista, kunhan hallitsee ohjelmoinnin alkeet. Esimerkiksi Simtek ja Stella ohjelmilla (katso P. Norlamon artikkeli Mallit ja simulointi Valikko 2/90) olisi riittänyt matemaattisen mallin syöttäminen ohjelmaan, jonka jälkeen kone olisi simuloinut tilannetta eri alkuarvoilla. Esitän numeerisen mallin käännöksen taulukkolaskentaohjelmalle sillä em. simulointiohjelmat eivät uutuutensa ja hintansa puolesta ole kovinkaan yleisiä koulumaa-ilmassa. Perinteisillä ohjelmointikielillä saadaan vähillä riveillä ja nopeasti laskettua runsaasti lukuja, mutta lukujen muuttaminen kuvaajaksi automaattisine skaalauksiin vaatii jo syvällisempää ohjelmoinnin hallintaa. Taulukkolaskenta soveltuu erinomaisesti tämäntyyppisiin pieniin simulointeihin, sillä taulukkolaskimia on jokaisessa koulussa, ne ovat helppokäyttöisiä ja niiden avulla saa kuvaajat piirrettyä helposti.

Tein tämän sovelluksen alunperin Macintoshilla ja Ragtime 3 integroidulla ohjelmalla. Kun taulukko on valmis on syytä suojata koko taulukko, paitsi B sarakkeen yläreunassa sijaitsevat vakiot.

Laita soluun B1 aikavälin suuruus esim. **0,02**, soluun B2 putoamiskiihtyvyys **-9,81**, soluun B3 alkupaikka esim. **10**, soluun B4 alunopeus esim. **10** ja soluun B5 ilmanvastusta kuvaileva kerroin (B/m) esim. **0,1**. Kaikki yksiköt ovat SI -järjestelmässä. Näitä lukuja voi muuttaa vapaasti.

Aika saadaan juoksemaan C sarakkeeseen seuraavasti. Laita soluun C9 **0** ja soluun C10 kaava **\$C9+\$B\$1**. \$ -merkki viittessä tarkoittaa, että kopioitaessa ei viittaus muutu suhteellisesti kopioinnin suunnassa, vaan pysyy kiinteänä. Kopioi C10 solusta C11 soluun C209 tai niin pitkälle kuin haluat laskenta-aikaa kuluvan.

Tietokoneen ja taulukkolaskentaohjelman ominaisuudet määräävät kuinka monta laskua kannattaa laskea. Mikäli automaattinen laskenta on päällä tai kun ohjelma on käsketty suorittamaan laskenta, niin C sarakkeeseen pitäisi ilmestyä ajanhetket 0:sta 4,0:aan. Viimeistään tässä vaiheessa on syytä ottaa taulukkolaskimen automaattinen laskenta pois päältä, sillä se hidastaa työskentelyä hitaissa tietokoneissa.

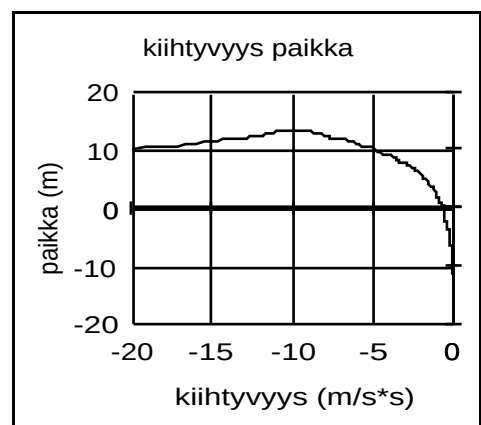
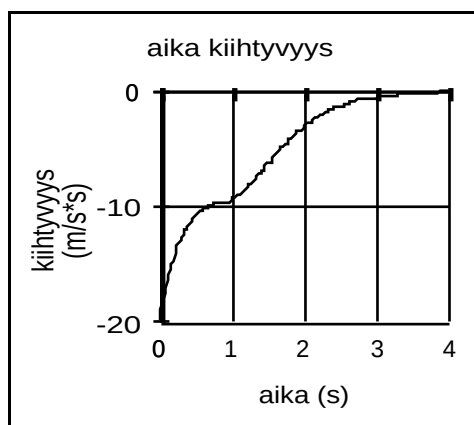
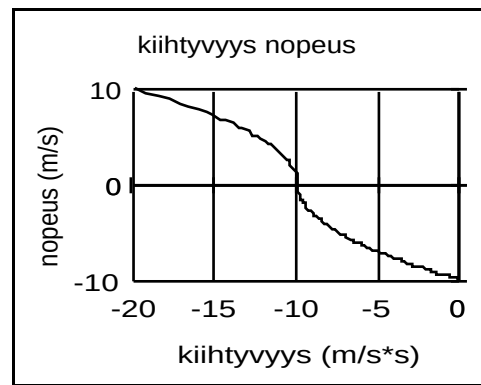
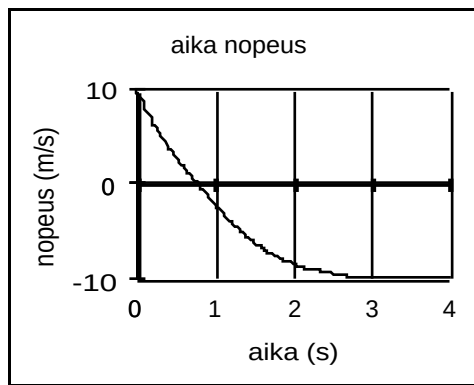
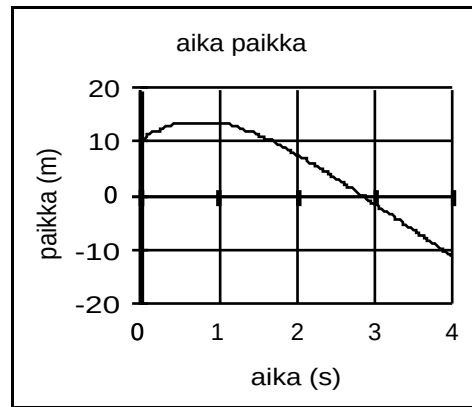
Soluun D9 syötetään nopeuden alkuarvo **\$B\$4** ja soluun E9 alkupaikka **\$B\$3**. Soluun F9 laitetaan kaava **\$B\$2-\$B\$5*\$D9*Abs(\$D9)**, joka laskee kiihtyvyyden. F9 voidaan kopioida alas F209:ään ja näin ovat kiihtyvyydet eri ajan hetkillä valmiina.

Nopeuden arvot saadaan soluun D10 kaavalla **\$D9+\$F9*\$B\$1** ja paikan soluun E10 kaavalla **\$E9+(\$D10+\$D9)*\$B\$1*0,5**. Kun D10 ja E10 kopioidaan alas D209:ään, niin ohjelma on valmis laskemaan liikkeen paikan, nopeuden ja kiihtyvyyden eri ajan hetkillä.

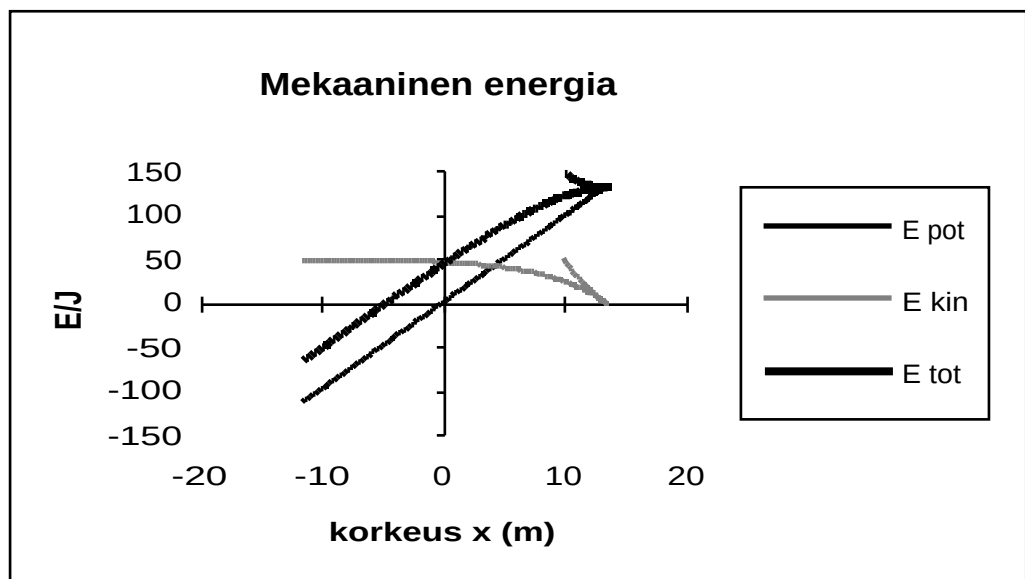
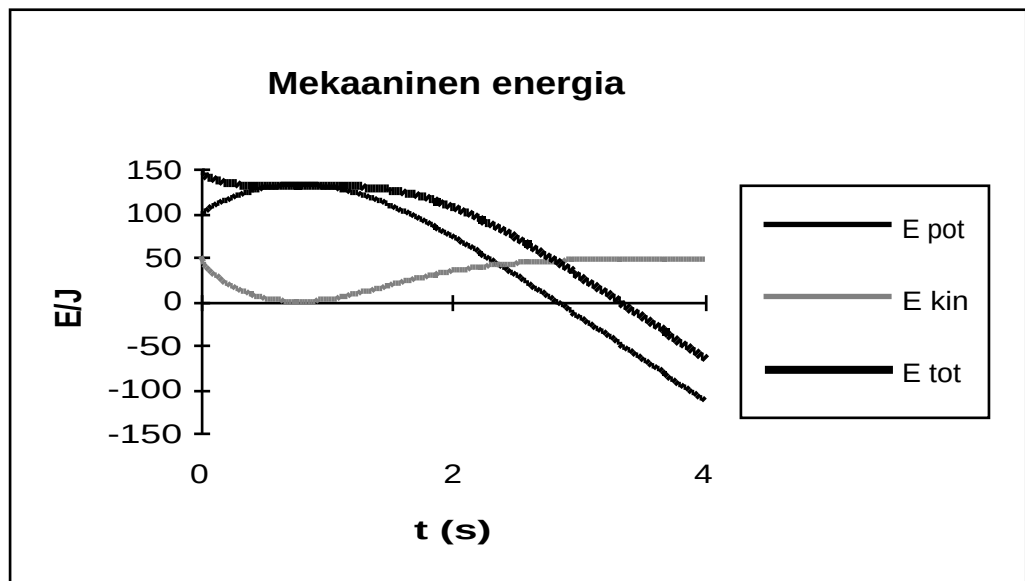
Lähtöarvoja muuttelamalla voi testata mallin ja ohjelman toimivuutta. Kun laittaa kertoimen B nolaksi saadaan vapaa putoamisliike.

Esimerkkikuvassa on MacIntoshilla ja RagTime 3 ohjelmalla piirrettyjä kuvaajia. Kuvaajia katsellessa voi pohtia miksi kuvaaja ta- koordinaatistossa on kummallisen muotoinen tai miksi kuvaajissa, joissa vaaka-akselina on kiihtyvyys on outo kohta n.

-10 m/s² kohdalla. Alkuarvot olivat: dt = 0,02, alku x =10,00, kerroin = 0,10, g =-9,81 ja alku v = 10,00.



Potentiaali-, liike-energian ja niiden summan laskeminen käy seuraavasti. Oletetaan, että kappaleen massa on 1 kg. Potentiaalienergia lasketaan E-sarakkeelle, liike-energia F-sarakkeelle ja näiden summa G-sarakkeelle. Laita soluun E9 kaava =9,81*B9, soluun F9 kaava =0,5*C9*C9 ja soluun G4 kaava =E9+F9. Kopioi alue E9:G9 alas alueelle E10:G209. Alla Exelillä piirrettyjä kuvaajia.



3.7.4 Kaksiulotteinen heittoliike

Seuraavassa esitän lyhyesti kaavat, joiden avulla simuloin vinoa heittoliikettä Excelin avulla. Ilmanvastus on suoraan verrannollinen nopeuden neliöön.

Alla alkuarvot:

	A	B
1	Δt	0,02
2	g	-9,8
3	kerroin	0,05
4	alku x	0
5	alku y	5
6	kulma	80
7	nopeus	30

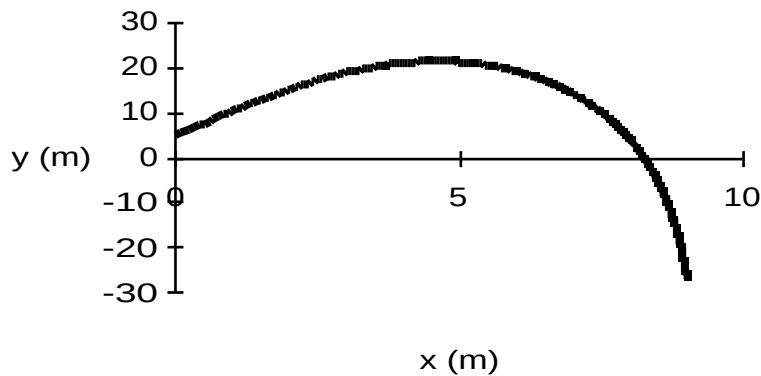
Laita soluun B8 nopeuden x-suuntaista komponenttia varten kaava
 $=B7*\text{COS}(\text{PI}()*\$B\$6/180)$ ja soluun B9 nopeuden y-komponentille kaava
 $=B7*\text{SIN}(\text{PI}()*\$B\$6/180)$.

Aika lasketaan C-sarakkeelle. Laita soluun C13 ajan alkuhetki eli luku 0. Soluun C14 kaava $=\$C13+\$B\$1$ ja kopioi alas soluun C313 asti. Nopeuden komponentit v_x ja v_y lasketaan sarakkeille D ja E. Laita soluun D13 kaava $=\$B\8 ja soluun E13 kaava $=\$B\9 . Nopeuden neliö lasketaan F-sarakkeelle. Laita soluun F13 kaava $=\$D13*\$D13+\$E13*\$E13$ ja soluun G13 kaava $=\text{SQRT}(F13)$. Suuntakulmia varten lasketaan suuntakulman sini ja kosini sarakkeille H ja I. Laita soluun H13 kaava $=\$D13/\$G13$ ja soluun I13 kaava $=\$E13/\$G13$.

Paikan koordinaatit lasketaan J- ja K-sarakkeille. Laita soluun J13 kaava $=\$B\4 ja soluun K13 kaava $=\$B\5 . Kiihtyvyyden komponentit lasketaan L- ja M-sarakkeille. Laita soluun L13 kaava $=-\$B\$3*\$H13*\$F13$ ja soluun M13 kaava $=\$B\$2-\$B\$3*\$I13*\$F13$. Uutta nopeuden arvoa varten laita soluun D14 kaava $=\$D13+\$L13*\$B\1 ja soluun E14 kaava $=\$E13+\$M13*\$B\1 . Uusia paikkoja varten laita soluun J14 kaava $=\$J13+(\$D13+\$D14)*\$B\$1*0,5$ ja soluun K14 kaava $=\$K13+(\$E13+\$E14)*\$B\$1*0,5$.

Nyt voitkin kopioida kaavat alaspäin riville 313 asti. Alla Excelillä piirretty kuvaaja edellä esitetyillä alkuarvoilla.

VINO HEITTOLIIKE ILMANVASTUKSELLA



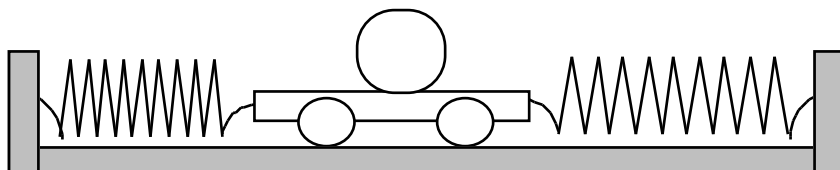
Lopuksi määritetään x-akselin leikkauspiste LOOKUP-funktion avulla. Oletan, että kappaletta heitetään alunperin x-akselin yläpuolelta. X-akselin leikkauspiste löytyy tällöin siitä kohdasta, missä paikan y-koordinaatti muuttuu ensimmäisen kerran merkkinsä.

Laita soluun N13 kaava $=\text{SIGN}(\$K13)$. SIGN-funktio kertoo syötesolun arvon etumerkin. Jos syötteen arvo on positiivinen on funktion arvo +1 ja muutoin -1. Kopioi alas riville 313 asti. X-akselin leikkauspiste lasketaan soluun E1 kaavalla $=\text{LOOKUP}(0; \$N\$13: \$N\$313; \$J\$13: \$J\$313)$.

LOOKUP-funktio tarvitsee kolme syötettä. Ensimmäinen on etsittävä arvo ja toinen syöte on alue, jolta arvoa etsitään. Toisen syötteen arvojen tulee olla suuruus tai aakkosjärjestyksessä. Kun etsittävää arvoa vastaava kohta on löytynyt tulostaa LOOKUP-funktio kolmannen syötealueen arvon, joka on vastaavalla kohdalla.

3.7.5 Jousikärky

Seuraavassa taulukossa on esitetty taulukon yläreunan solujen arvot. Sovelluksessa simuloidaan kärkyä, joka on kiinnitetty jousilla vaakatasoon. Kitkavoiman arvo on μmg . Jousien yhteinen jousivakio on k .



	A	B	C
1	dt	0,02	alku x =
2	g	-9,81	alku v =
3	t (s)	x (m)	v (m/s)
4	0	=\$D\$1	=\$D\$2
5	=A4+\$B\$1	=\$B4+(\$C4+0,5*\$D4*\$B\$1)*\$B\$1	=\$C4+\$D4*\$B\$1

D	E
0,08	k
0	μ
a (m/s ²)	$E_{pot} (J)$
=\$F\$1*\$B4/\$H\$1+SIGN(\$C4)*\$F\$2*\$B\$2	=0,5*\$F\$1*B4*B4
=\$F\$1*\$B5/\$H\$1+SIGN(\$C5)*\$F\$2*\$B\$2	=0,5*\$F\$1*B5*B5

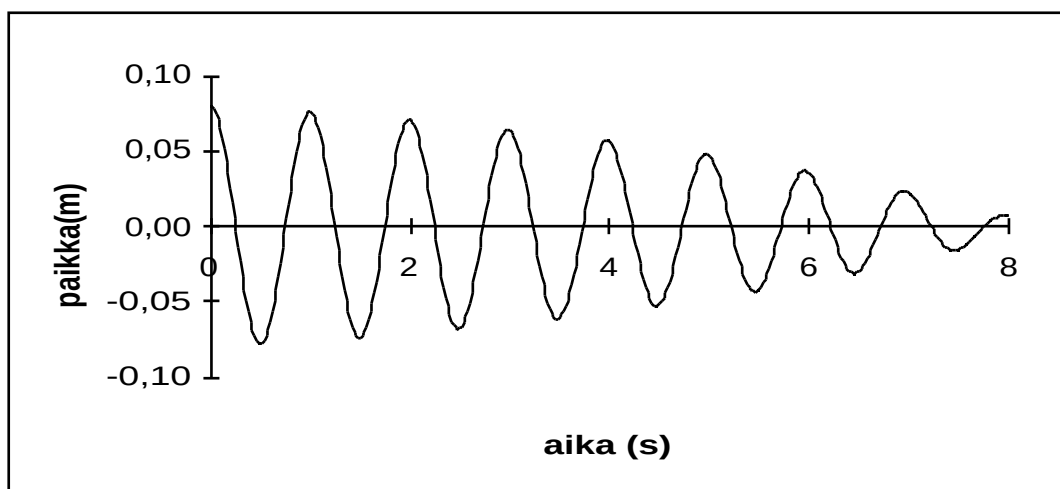
F	G	H
20	m	0,5
0,02		

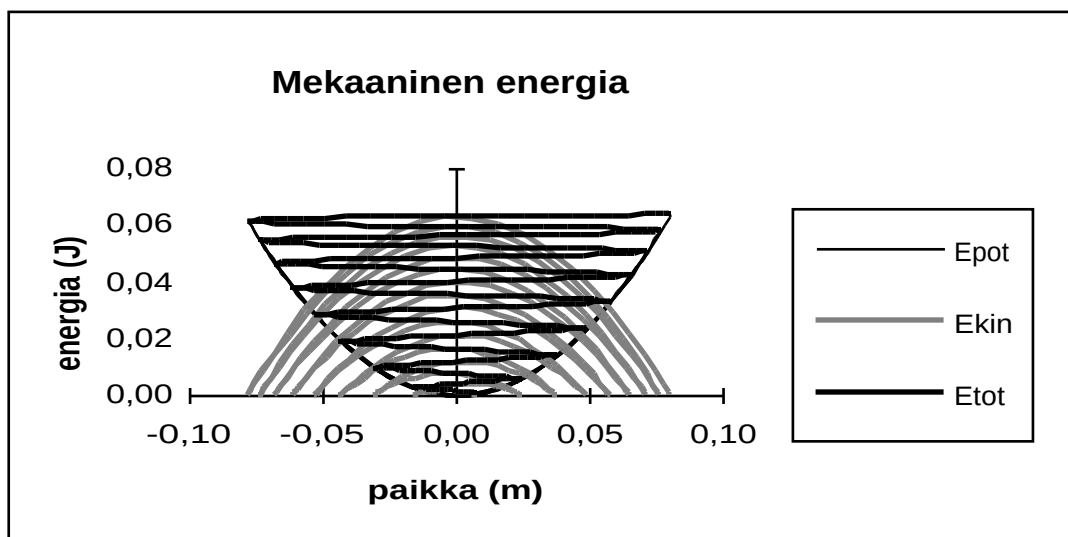
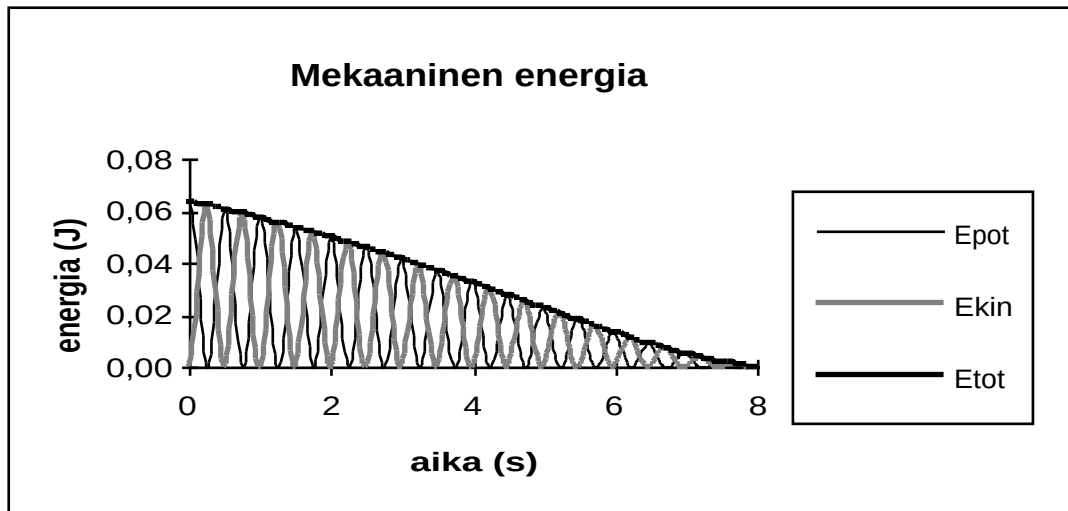
$E_{kin} (J)$ $E_{tot} (J)$

$$=0,5*H1*C4*C4 \quad =E4+F4$$

$$=0,5*H1*C5*C5 \quad =E5+F5$$

Kaavat kopioidaan alaspäin vaikkapa riville 404 asti.





Tämän sovelluksen yhteydessä on syytä mainita, että sovellus laskee väärin, jos kitkakertoimen laittaa nolaksi ellei μ ole hyvin pieni. Näyttää kuin vaunu saisi lisää energiaa. Paremmen integroimismenetelmän valinta auttane asiaa.

3.8 Arvioinnin apuväline Excelillä

Seuraavassa esitän taulukkolaskentasovelluksen jota voi käyttää arvostelun apuna. Olen antanut sovellukselle nimen OpeApu. Sen avulla voi laskea oppilaiden kokeissa saamien pistemäärien summat. Niistä määritetään arvosanat, joiden jakauma esitetään graafisesti. Lisäksi tutustutaan apuvälineeseen, jonka avulla opettaja voi määrittää esimerkiksi arvosanojen keskiarvon ja parhaan arvosanan avulla arvosteluasteikon muuttujat.

Taulukkolaskentaohjelmana käytän Excel 3.0 Macintosh versiota, mutta tämä sovellus toimii myös 2.2 versiossa Macintoshilla ja IBM:llä. Lopussa käsittelen muita taulukkolaskentaohjelmia.

3.8.1 Kokeiden arvostelu

Tarvittavat otsikot näkyvät esimerkkitaulukossa. En mainitse niitä tekstissä.

Soluihin A5 ja A6 laitetaan alinta ja ylintä arvosanaa vastaavat pistemäärät, esimerkiksi 10 ja 30 ja soluihin B5 ja B6 niitä vastaavat arvosanat 5 ja 10. Opettaja voi vapaasti muuttaa solujen A5 ja A6 arvoja, mutta solut B5 ja B6 ovat vakioita.

Soluihin C6 ja D6 lasketaan arvostelusuoran kulmakerroin ja arvosana-akselin leikkauspiste seuraavasti: Valitse alue C6:D6 ja näppäile kaava

= LINEST(B5:B6;A5:A6)

ja näppäile IBM:llä ja yhteensopivilla ctrl-vaihto-return eli ctrl ja vaihtonäppäin (shift) alapainettuna paina return- näppäintä tai Macintoshilla komento- return. Solussa C6 on arvostelusuoran kulmakerroin ja solussa D6 arvosana-asteikon leikkauspiste. Edellä mainituilla arvoilla kulmakertoimeksi saadaan 0,25 ja arvosana-akselin leikkauspisteeksi saadaan 2,5.

LINEST (**value; x-alue**) funktio sovittaa pienimmän neliösumman avulla pisteiden kautta parhaiten kulkevan suoran ja antaa tulokseksi yksirivisen matriisin, jonka kaksi ensimmäistä alkia tässä tapauksessa ovat suoran kulmakerroin ja y-akselin leikkauspiste. Excel 3.0:n LINEST funktion tulostematriisin muut muuttujat antavat edellämmainitun lisäksi paljon muutakin tietoa; esimerkiksi korrelaatiokertoimen ja tietoa pisteiden ja pns-suoran virheestä. Tässä tapauksessa käytettiin vain kahta pistettä, joten suora kulkee melko hyvin pisteiden kautta.

Arvosanoissa tarvitaan plussia ja miinuksia. Niitä varten luodaan alueelle M2:Q3 taulukko, jonka avulla LOOKUP funktio voi valita sopivan merkin. Soluihin M2,...Q2 laitetaan arvosanan osia vastaavat alarajat eli luvut -1, 0,125, 0,375, 0,625 ja 0,875 ja soluihin M3...Q3 niitä vastaavat merkit "" (eli tyhjä), +, ="1/2", - ja "".

Jos haluat välttää puolikkaita arvosanoja kavenna puolikkaan reunoja käyttämällä esimerkiksi arvoja -1, 0,1, 0,4, 0,6, ja 0,9. Luku -1 tarvitaan, jotta arvosanan osa ”-” tulisi merkittyä oikein. Lisäksi soluun R2 laitetaan ykköistä epsilon verran pienempi luku esimerkiksi 0,9999999, sitä tarvitaan arvosanoja laskettaessa. Mikäli muutat solun P2 arvoa, joka alunperin tässä on 0,625, niin muista muuttaa myös alueella O9:S9 olevia valintaehdoja.

Oppilaiden nimet laitetaan alueelle A9:A58 ja luokka alueelle B9:B58. Ensimmäisen kokeen pistemäärät laitetaan alueelle C9:C58 ja muiden kokeiden pistemäärät vastaavasti sarakkeille D...G. Pistemäärien summa lasketaan alueelle H9:H58, summaa vastaava arvosana desimaalilukuna alueelle I9:I58 ja arvosana alueelle J9:K58.

Soluun H9 kirjoitetaan kaava =IF(COUNT(C9:G9)=0;"";SUM(C9:G9)), jonka avulla soluun ei kirjoiteta mitään, mikäli kyseisissä soluissa ei ole lukuja; muussa tapauksessa lasketaan pistemäärien summa. Kaavaa on syytä kokeilla laittamalla joitakin arvoja alueelle C9:G9.

Summa muutetaan arvosanaksi soluun I9 kaavalla

=IF(COUNT(C9:G9)=0;"";H9*\$C\$6+\$D\$6), arvosanan kokonaisosa soluun J9

kaavalla =IF(COUNT(C9:G9)=0;"";INT(I9+\$R\$2-\$P\$2)) ja arvosanan osan

merkki soluun K9 kaavalla

=IF(COUNT(C9:G9)=0;"";LOOKUP(ABS(I9-INT(I9)),\$M\$2:\$Q\$2;M\$3:\$Q\$3)).

Dollarimerkkien avulla kopiointi ei muuta solun viittausta suhteellisesti.

LOOKUP(arvo, **alue1**, **alue2**) funktio käyttää kolmea muuttujaa. Se etsii alueen **alue1** arvostaan suurimman solun, joka on pienempi tai yhtä suuri kuin **arvo**. Funktio tulostaa alueelta **alue2** vastaavassa kohdassa olevan arvon. Alueet voivat olla taulukon pystysarakkeiden tai vaakarivien osia.

Lauseke I9 - INT(I9) laskee solun I9 arvon desimaaliosan, jonka tulisi olla positiivinen. Jostain syystä tulokseksi tulee toisinaan itseisarvoltaan hyvin pieni negatiivinen luku. Esimerkiksi, jos arvosanaa 5 vastaa pistemäärä 12 ja arvosanaa 10 vastaa pistemäärä 40, niin ilman ABS funktiota (eli itseisarvoa) pistemäärällä 12 tuli edellä mainitun kaltainen virhe. Tämä on selvä virhe Excelin toiminnassa. Sama virhe esiintyy myös Excel 3.0:n Windows-versiossa.

Solut H9...K9 kopioidaan alueelle H10:K58 valitsemalla alue H9:K58 ja Edit (Muokkaus) valikosta Fill down (Täytä alas).

Jälleen on syytä kokeilla taulukon toimivuutta eri arvoilla pistemääräalueella sekä soluissa A5 ja A6.

Alueelle C60:I60 lasketaan vastaavien pystysarakkeiden keskiarvot. Soluun C60 kirjoitetaan kaava =IF(COUNT(C9:C58) = 0;"";AVERAGE(C9:C58)), joka kopioidaan oikealle valitsemalla alue C60:I60 ja Edit (Muokkaus) valikosta Fill Right (Täytä oikealle).

3.8.2 Jakauma

Arvosanajakauman laskeminen suoritetaan Excelin DCOUNT tietokantafunktiolla. Luodaan arvosanoista desimaalilukuna tietokanta. Tietokannan ainoan kentän nimi, arvo, kirjoitetaan soluun I8. Luo tietokanta nimeltä Database valitsemalla alue I8:I58 ja valitse Data valikosta Set Database.

Ehtoalue laitetaan alueelle O8:S9 kirjoittamalla jokaiseen soluun O8...U8 sana: arvo ja soluihin O9...U9 ehdot: <=4,625, <=5,625,..., <=9,625 ja <=100.

Luku 4,625 vastaa arvosanaluokan 4 ylärajaa ja luku 5,625 arvosanaluokan 5 ylärajaa ja niin edelleen. Luvun desimaaliosan tulee olla sama kuin LOOKUP taulukon solussa P2, joka vastaa arvosanan puolikkaan ylärajaa. Luultavasti yksikään oppilas ei saa arvosanaa, joka on suurempi kuin 100. Lisäksi soluun N6 laitetaan luku 0, jota tarvitaan jakauman laskemisessa.

Jälleen on syytä muistuttaa, että jos muutat solun P2 arvoa, niin muista muuttaa ehtoalueen lukuja. Tätä kirjoittaessa en ole keksinyt menetelmää, jolla solun P2 arvo voitaisiin linkittää automaattisesti ehtoalueen soluihin.

Jakauma lasketaan alueelle O5...U6. Soluihin O5...U5 kirjoitetaan arvosanaluokat 4...10 ja soluun O6 kaava =DCOUNT(Database;"arvo";O8:O9)-SUM(\$N\$6:N\$6), joka kopioidaan soluihin P6...U6 valitsemalla alue O6:U6 ja Edit valikosta Fill Right.

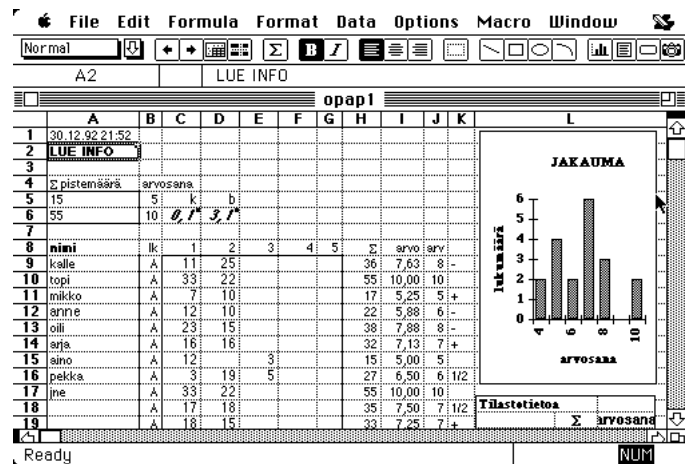
Funktio DCOUNT(**tietokanta**, **kenttä**, **ehto**) tulostaa **tietokanta** nimisen tietokannan niiden **kenttä** kentässä olevien alkiodien lukumäärän, jotka täyttävät **ehto** alueella olevan vertailuehdon. Edellä mainittu kaava laskee kaikki arvosanat, jotka ovat yhtäsuuria tai pienempiä kuin kyseinen arvosanaluokka eli arvosanajakauman

kertymäfunktion arvon. Siitä vähennetään edellistä luokkaa vastaavan kertymäfunktion arvo. Näin saadaan arvosanalukon arvosanojen lukumäärä laskettua.

3.8.3 Jakauman tunnusluvut

Alueelle N12:O16 lasketaan tietoja jakaumasta. N -sarakeelle laitetaan pistemäärien summaan ja O -sarakeelle arvosanaan liittyviä lukuja. Soluun N12 lasketaan pistemäärien lukumäärä kaavalla $=\text{COUNT}(H\$9:H\$58)$, soluun N13 lasketaan keskiarvo kaavalla $=\text{AVERAGE}(H\$9:H\$58)$, soluun N14 lasketaan keskihajonta kaavalla $=\text{STDEV}(H\$9:H\$58)$, soluun N15 suurin pistemäärä kaavalla $=\text{MAX}(H\$9:H\$58)$ ja soluun N16 pienin pistemäärä kaavalla $=\text{MIN}(H\$9:H\$58)$.

Alue N12:N16 kopioidaan alueelle O12:O16 valitsemalla alue N12 :O16 ja File valikosta Fill Right.



3.8.4 Muutokset Ragtime 3:een ja Ms Worksiin.

Joissain taulukkolaskentaohjelmissa ei ole mahdollisuutta käyttää jakauman laskemiseen tietokantafunktioita. Tosin esimerkiksi WingZ ohjelmassa on komento, jolla jakauman voi laskea. Ms Worksissa tai Ragtimessa voi tehdä jakauman laskemista varten alueen, jolla If funktioiden avulla laitetaan kutakin arvosanalukon kohdalle luku 1, jos arvosana on luokassa ja muutoin luku 0. Laskemalla luokan luvut yhteen saadaan arvosanojen lukumäärä kuhunkin luokkaan.

Ms Worksissa ei ole tulosta funktioiden arvoina muita kuin lukuja, joten arvosanaa ei saa muotoon 7+ tai 4 1/2.

3.9 Solver

Excel 3.0:n mukana tulee apuväline nimeltä Solver, joka asennetaan Exceliin, josta se löytyy Formula valikosta. Solverin avulla voidaan ratkoa numeerisesti yhtälöitä ja

erilaisia optimointitehtäviä. Seuraavassa esitän pieni esimerkin miten OpeApua ja Solveria voi käyttää arvosteluun liittyvän ongelman ratkaisussa.

Ongelma: Opettaja haluaa antaa kokeiden parhaasta suorituksesta arvosanan 10- ja luokan keskiarvoksi tasan 7. Mitkä luvut on valittava arvosanaa 5 ja 10 vastaaviksi pistemääriksi?

Ratkaisumenetelmä: Kirjoita oppilaiden kokeissa saamat pistemäärät OpeApu taulukon Soluihin C9, C10 ja niin edelleen. Laita jotkin luvut vastaamaan arvosanaa 5 ja 10 soluihin A5 ja A6.

Valitse Formula valikosta Solver. Sen valintataulussa kirjoita kohtaan Set Cell: O13, valitse Value of: 7 ja kohtaan by changing cells: A5:A6. Osoita Add painiketta ja kirjoita sen valintataulussa kohtaan Cell reference: O15, valitse operaattori $\leq$ ja kohtaan constraint 9,899. Osoita Add painiketta ja kirjoita toinen rajoitusehto kuten edellä O15 $\geq$ 9,6 ja osoita OK painiketta. Solverin valintataulussa voi valita Options, josta löytyy tarkkuuteen ja ratkaisumenetelmään liittyviä ehtoja. Painikkeella Solve alkaa ongelman numeerinen ratkaisu, joka kestää hetken. Solver ilmoittaa mikäli ehdot täyttävä ratkaisu löytyy tai mikäli aika tai iterointien lukumäärä ylittävät Options valintataulussa määritellyt arvot.

Fysiikan opettajille ja miksei muillekin asiasta kiinnostuneille on syytä mainita, että Excel 3.0:n mukana tulevissa esimerkeissä, jotka ovat Macintoshissa Solver Examples kansiossa ja Ibm versiossa SOLVERX hakemistossa, on Solver6 niminen sovellus.

Siinä on mallinnettu LRC-piiri, joka kytketään paristoon, jolloin kondensaattori saa varauksen Q . Paristo irroitetaan ja varauksen annetaan purkautua käämin ja vastuksen kautta. Sovelluksessa lasketaan kondensaattorin varausta ajan funktiona.

Solver esimerkissä määritetään sellaisen vastuksen resistanssi, jolla kondensaattorin varaus vähenee sadasosaan alkuperäisestä 0,05 sekunnissa, kun piirin muiden komponenttien suureiden arvoja pidetään vakioina.

4 Esimerkkitiedostoista

Esimerkkitiedostoja tutkiessa on syytä muistaa, että .xlw päätteiset tiedostot ovat työ-tiedostoja, jotka avaavat toisia Excel tiedostoja. Mikäli hakemistossa tai kansiossa on .xlw tiedosto, niin se on syytä avata ensin. Sovellukset kirjoittivat Jari Lavonen, Mikko Rahikka ja Antti Voipio.

4.1 Arvostelun apuväline

(Katso luku 3.7.) Tiedostossa opap.xl on apuväline oppilasarvosteluun. Tämän tein itselleni lukion kurssien arvostelun apuvälineeksi. Sillä on kiva skaalata kokeista saadut yhteispistemäärät arvosanaksi. Jakauman laskemista varten jouduin kehittämään oman menetelmän, sillä Excelistä puuttuu jakauman laskemiseen sopiva funktio. Tämä on mielestäni aika suuri puute näinkin isolta ohjelmalta. WingZ:issä on tällainen komento! Toivottavasti Excelin 4.0 versiossa on sopiva funktio tai makro.

Tosin Crosstabs-makrolla asia hoituu, mutta ainakin minun kokeiluissani se oli toivottoman hidas. (Katso Poole, How to Quick tips, MacWorld, June 1992, s 245). Kyseinen makro pitäisi olla Macro Library kansiossa (Mac Excelissä), jos koko ohjelma lisukkeineen on asennettu.

Tätä sovellusta kirjoittaessa havaitsin, että INT-funktio toimii väärin. Katso tiedosto virhe.xl.

4.2 Automaatti

Tiedostossa soluauto.xl on pieni esimerkki yksiulotteisesta soluautomaatista. Haluaisin tehdä Life-pelin Excelillä. En ole vielä keksinyt järkevää (nopeaa) tapaa.

4.3 Auton jarruttaminen

Tiedostossa jarruta.xlw tutkitaan jarrutusmatkan kitkakertoimen ja alkunopeuden välistä riippuvuutta.

Tiedostossa jarrutus.xlw on tutkittu samaa asiaa kuvaajan avulla.

Tiedostossa reaktioa.xlw on tutkittu jarrutusmatkan, reaktioajan ja alkunopeuden välistä riippuvuutta.

4.4 Funktioplotteri

Tiedostossa kuvaaja.xlw on sovellus, jonka avulla voi piirtää funktion $y = f(x)$ kuvaajan. Funktio syötetään soluun käyttäen x-kirjainta (pieni x) muuttujana. Makrofunktion avulla Excel muuttaa solun tekstin ohjelmalle sopivaksi kaavaksi. Kuvaaja.xl on työtila-tiedosto, joka avaa Plo.xl taulukon ja muuta.xlm makrotiedoston.

4.5 Heittoliike

(Katso luku 3.6.) Tiedostossa vinohei.xlw on mallinnettu heittoliike ilmanvastuksella kaksiulotteisessa koordinaatistossa. Ohjelma laskee myös kantaman. vinohei.xlw on työtila tiedosto, joka avaa tiedostot: hei2d.xl ja kuva2d.xl

4.6 Heittoliike pystysuunnassa

(Katso luku 3.6.) Tiedostossa ilma.xl on mallinnettu ilmanvastuksellinen heittoliike pystysuunnassa, jos oletetaan, että ilmanvastus on suoraan verrannollinen nopeuden neliöön. Lue artikkelini Dimensiosta. Sama asia löytyy myös tiedostosta heitto.xlw

4.7 Jaksotinnauha

Tiedostossa paraab.xl on laskettu jaksotinnauhasta mitattuja ajan ja paikan arvoja. Yritä piirtää tuloksista kuvaaja.

4.8 Kemiallinen tasapaino

Tiedostossa happo.xlw on laskettu hapon, happotähteen ja oksoniumionin konsentraatioita happovakion ja alkukonsentraation funktiona.

Tiedostossa REAKTNOP.XLW on tutkittu tasapainoreaktiota; reaktion nopeutta ja konsentraatioita.

Tiedostossa VETYJODI.XLW on laskettu reaktion tasapainokonsentraatioita, kun alkukonsentraatiot tunnetaan.

4.9 Korkolaskua

Tiedostossa annuite.xl on sovellus, jonka avulla voi laskea tasaerä lainaan liittyviä lukuja. Tämän voisi tehdä tyylikkäämmin käyttäen painikkeita mutta sovellus toimii näinkin. Taloudelliset funktiot ovat aika voimakkaita Excelissä. Ohjelmahan on tehty lähinnä kaupallista laskentaa varten.

4.10 Kuulan maailmanennätykset

Tiedostossa kuulanmm.xl on esitetty kuulantyönnön maailmanennätykset ajan funktiona. Kun tulokset esitetään kuvaajana havaitaan, että Excelin tapa muuttaa aikojen arvot lukuarvoksi aiheuttaa kuvaajien aika-asteikon skaalauksessa huonosti valittuja arvoja. Vuosiluvut eivät ole tasakymmeninä.

Näkyykö maailmaennätysten kehityksessä dopingin vaikutus?

4.11 Lämpötila-asteikot

Tiedostossa TEMPMUUN.XLW lasketaan lämpötiloja eri yksiköissä.

Tiedostossa ASTEIKOT.XLS on taulukko, johon on laskettu lämpötiloja eri yksiköissä.

Tiedostossa PERUSPIS.XLS on Celsius asteikon peruspisteitä.

Tiedostossa ALKUVAINE.XLS on alkuaineiden sulamis- ja kiehumispisteet Celsius asteina.

4.12 Maa-aurinko systeemi

Tiedostossa Gravit.xlw on mallinnettu planeetan liike keskustähden ympärillä. Tästä esimerkistä näkee, että Excel ei sovellu hitailla koneilla isojen simulointimallien tekemiseen. Perinteisillä ohjelmointikielillä saa nopeampia sovelluksia. Tosin sovelluksen numeerinen integroimismalli ei liene tehokkain. Mikäli simuloinnin haluaa saada toimimaan oikein, pitäisi aikavälin olla pieni, jonka takia rivejä pitäisi olla paljon.

Tutki saatko planeetan kulkemaan ellipsiradallaan muuttamalla muuttujia. Gravit.xlw on työtila tiedosto, joka avaa tiedostot: Gravalku.xl, gravk.xl ja gravlas.xl.

4.13 Merivesi

Tiedostossa MERIVESI.XLS on taulukoitu meriveden alkuainepitoisuudet.

4.14 Mittaustulosten käsittely

Tiedostoissa OHM.XLC, OHM.XLS, OHM2.XLC, OHM2.XLS, OHM3.XLS ovat luvun 3.1 mittaustulokset ja kuvaajat.

Tiedostoissa DYN1.XLC, DYN2.XLC, DYN3.XLC, DYNAM.XLS, DYNAM2.XLS ovat luvun 3.2 mittaustulokset ja kuvaajat.

Tiedostoissa PH1.XLC, PH1.XLS, PH2.XLC ja PUT.XLS, PUTLIIK2.XLS, PUTLIIKE.XLC, PUTLIIKE.XLS ovat luvun 3.3 mittaustulokset ja kuvaajat.

Vakionop.xl nimisessä tiedostossa on mittaustulokset lattialla vierivän kuulan liikkeestä. Kuulan paikka on esitetty ajan funktiona ja mittaustuloksiin sovitetaan suora pns-sovituksella; suoran kulmakerroin on kuulan nopeus.

Tiedostossa nimeltä vakioki.xl on mittaustuloksia kaltevalla tasolla vierivästä kuulasta. Kuulan paikka on esitetty ajan funktiona ja mittaustuloksiin sovitetaan paraabeli pns-sovituksella. Paraabelin kertoimista voi päätellä kuulan kiihtyvyyden, alkunopeuden ja paikan.

Tiedostossa liike.xlw on tutkittu myös saman kaltaista asiaa.

4.15 Puoliintumisaika

Tiedostossa Tpuoli.xlw (työtiedosto) on simuloitu radioaktiivista hajoamista, kun puoliintumisaika ja aika kuinka pitkälle hajoamista seurataan.

4.16 Satelliitin ratatietoja

Tiedostossa `gravit.xls` annetaan alkuarvoina keskuskappaleen (tähti, planeetta) massa ja säde ja satelliitin (kuu, planeetta, avaruusalus) ympyräradan korkeus keskuskappaleen pinnalta. Sovellus laskee satelliitin kiertoaajan, nopeuden, kulmanopeuden ja putoamiskiihtyvyyden arvon eri korkeuksilla.

Tiedostossa `satell.xls` voi antaa kiertoaajan tai satelliitin kiertoradan korkeuden ja sovellus laskee eri ratatietoja. Tiedostossa `satell.wk1` on MSWorks-versio.

Tiedostossa `titius.xls` on tutkittu Titius-Boden lakia planeetoille.

4.17 Tennispallo

Oppilaat mittasivat tennispallojen pomppimisajan ja pudotuskorkeuden välistä riippuvuutta. Minä naksuttelin tulokset koneeseen ja piirisin kuvaajia. Tiedoston nimi on `pallo.xls`.

4.18 Valosähköinen ilmiö

Tiedoston nimi on `valosahk.xls`. Sovelluksessa lasketaan Otavan Fysiikan maailman kolmannen luokan kirjasta sivulta 111 tehtävä, jossa pitää laskea suoran kulmakerroin.

4.19 Värähtelevä systeemi

(Katso luku 3.6.) Tiedostossa `vaunu.xls` on mallinnettu jousilla vaakatasoon kiinnitetyn karrin liike, kun jousien kokonaisjousivakio ja kitkakerroin tunnetaan. Koska voima ei ole harmoninen ei taajuus pysy vakiona.

4.20 Yhtälöryhmän ratkaiseminen matriisifunktiolla

(Katso luku 3.5.) Tiedostossa `yhtratk.xls` on ratkaistu 5*5 lineaarinen yhtälöryhmä matriisifunktiota apuna käyttäen. Lue artikkelini Dimensiosta. Kirjoitin tämän ennen kun opin Excel 3.0:ssa LINEST (LINREGR)in käytön. Muistaakseni LINEST (LINREGR) ei toiminut samalla tavalla Excel 2.2:ssa.

Tiedostossa `polynsov.xls` on sama asia ratkaistu LINEST (LINREGR)-funktion avulla.

**LIITE: Eräiden Ms Excelin englanninkielisten
funktioiden suomennokset**

englanti	suomi	kommentti
AND	JA	
AVERAGE	KESKIARVO	
COUNT	LASKE	lukujen määrä
DCOUNT	TLASKE	
FALSE	EPÄTOSI	totuusarvo
FORMULA	KAAVA	makrofunktio, jolla voi luoda soluihin kaavoja
GROWTH	KASVU	käyrän $y = bm^b$ arvot
HLOOKUP	VHAKU	hakemista vaakasuunnassa
IF	JOS	
INT	KOKONAISLUKU	
LINEST	LINREGR	pns-suoran k ja b
LN	LUONNLOG	ovela käännös
LOGEST	LOGREGR	käyrän $y = bm^x$ b ja m.
LOOKUP	HAKU	yleinen hakufunktio
MAX	MAKS	ovela käännös
MDETERM	MDETERM	
MINVERSE	MKÄÄNTEINEN	
MMULT	MKERRO	matriisitulo
MOD	JAKOJ	
NOT	EI	
NPER	NJAKSO	annuiteettilainan jaksojen lkm
OR	TAI	
PI	PII	
PMT	MAKSU	annuiteettilainan tasaerämaksu
PRODUCT	TULO	
PV	NA	annuiteettilainan määrä

RAND	SATUNNAISLUKU	
RATE	KORKO	annuiteettilainan korko
ROUND	PYÖRISTÄ	
SIGN	ETUMERKKI	
SQRT	NELIÖJUURI	
STDEV	KESKIHAJONTA	painotuksella n-1
STDEVP	KESKIHAJONTAP	painotuksella n
SUM	SUMMA	
SUMPRODUCT	TULOJEN.SUMMA	matriisien pistetulo
TRANSPOSE	TRANSPONOI	
TREND	SUUNTAUS	sovitetun suoran arvot
TRUE	TOSI	totuusarvo
TRUNC	KATKAISE	
VLOOKUP	PHAKU	hakua pystysuunnassa

Tekstin taulukkolaskentafunktioiden hakemisto

ABS; 39
AVERAGE; 8; 12; 47; 48
COS; 42
COUNT; 46; 47; 48
DCOUNT; 47
FALSE; 37
GROWTH; 37
IF; 46; 47
INT; 47; 50
LINEST; 12; 22; 31; 33; 34;36; 46
LOGEST; 12
LOOKUP; 43; 47
MAX; 48
MDTERM; 33; 35
MIN; 48
MINVERSE; 33; 35
MMULT; 33; 35
PI; 42
ROUND; 12
SIGN; 43
SIN; 42
SQRT; 12; 42
STDEV; 48
STDEVP; 12
SUM; 8; 46
SUMPRODUCT; 33
TRANSPOSE; 33; 35
TREND; 23; 24; 32; 37
TRUE; 37
VARP; 12